

EVALUARE NAȚIONALĂ
EXERCIIII REZOLVATE

Subiectul III

SIII.1.

1. Corina a cheltuit o sumă de bani în trei zile. În prima zi a cheltuit 30% din întreaga sumă, a doua zi a cheltuit 20% din suma rămasă, iar în a treia zi a cheltuit 56 de lei.

a) Verifică dacă Corina a cheltuit în prima zi 30 de lei. Justifică răspunsul.

b) Determină suma de bani cheltuită, în total, de Corina în cele trei zile.

Rezolvare:

Notăm cu x – suma de bani

a) $30\% \cdot x = 30 \Rightarrow \frac{30}{100} x = 30 \Rightarrow \frac{3x}{10} = 30 \Rightarrow x = 100$, deci Corina a cheltuit în prima zi 30 de lei.

b) I zi: $30\% \cdot x = \frac{30}{100} x = \frac{3x}{10}$

Suma rămasă după prima zi: $x - \frac{3x}{10} = \frac{10x - 3x}{10} = \frac{7x}{10}$

II zi: $20\% \cdot \frac{7x}{10} = \frac{20}{100} \cdot \frac{7x}{10} = \frac{7x}{50}$

III zi: 40 lei

$$x = \frac{3x}{10} + \frac{7x}{50} + 56 \mid : 50 \Rightarrow 50x = 15x + 7x + 2800 \Rightarrow 28x = 2800 \Rightarrow x = \frac{2800}{28} \Rightarrow x = 100 \text{ lei.}$$

2. Într-o ogradă sunt oi și găște, în total 22 capete și 60 de picioare.

a) Este posibil ca numărul de găște să fie dublul numărului de oi? Justifică răspunsul.

b) Determină numărul de oi și de găște din curte.

Rezolvare:

Notăm

x – numărul de oi

y – numărul de găște

Din numărul de capte avem relația: $x + y = 22$

Din numărul de picioare avem relația: $4x + 2y = 60$

a) Presupunem că $y = 2x \Rightarrow 2x + x = 22 \Rightarrow 3x = 22 \Rightarrow x = \frac{22}{3} \notin \mathbb{Z}$, deci numărul de găște nu poate să fie

dublul numărului de oi.

b)
$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 4x + 2y = 60 \end{cases} \mid : 2 \Rightarrow \begin{cases} x + y = 22 \\ 2x + y = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 22 - x \\ 2x + 22 - x = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 14 \\ x = 8 \end{cases}.$$

3. Împărțind un număr natural n la 8, la 12 și la 20, se obțin resturile 4, 8, respectiv 16.

a) Este posibil ca numărul să fie egal cu 76? Justifică răspunsul.

b) Aflați cel mai mic număr natural n cu aceste proprietăți.

Rezolvare:

a) Verificăm resturile $76 : 8 = 9, r = 4$; $76 : 12 = 6, r = 4 \neq 8$; $76 : 20 = 3, r = 16$.

$$\begin{array}{l} n : 8 = c_1 + 4 \Rightarrow n = 8c_1 + 4 \Rightarrow n - 4 = 8c_1 \\ b) \quad n : 12 = c_2 + 8 \Rightarrow n = 12c_2 + 8 \Rightarrow n - 4 = 12c_2 \\ \quad n : 20 = c_3 + 16 \Rightarrow n = 20c_3 + 16 \Rightarrow n - 4 = 20c_3 \end{array} \left| \Rightarrow n - 4 = \text{c.m.m.c.}(8, 12, 20) \right.$$

$$8 = 2^3, 12 = 2^2 \cdot 3, 20 = 2^2 \cdot 5 \Rightarrow [8, 12, 20] = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \Rightarrow n - 4 = 120 \cdot k \Rightarrow n = 120k + 4$$

$$\text{Luăm } k = 1 \Rightarrow n - 4 = 120 \cdot 1 \Rightarrow n = 124.$$

4. Mai mulți elevi vor să cumpere un obiect. Dacă fiecare contribuie cu 15 lei, atunci nu ajung 10 lei, iar dacă fiecare contribuie cu 25 lei, atunci sunt în plus 20 lei.

a) Prețul obiectului poate fi 70 de lei? Justifică răspunsul.

b) Determinați prețul obiectului.

Rezolvare:

Notăm

n – numărul de elevi

P – prețul obiectului

Conform celor două condiții din enunț, vom avea:
$$\begin{cases} 15n = P - 10 \\ 25n = P + 20 \end{cases}$$

a) Presupunem că prețul obiectului este 70 lei.

$$\begin{array}{l} 15n = P - 10 \\ P = 70 \end{array} \left| \Rightarrow 15n = 70 - 10 \Rightarrow 15n = 60 \Rightarrow n = 4. \right.$$

Verificăm cea de-a doua condiție

$$25 \cdot 4 = P + 20 \Rightarrow 100 = P + 20 \Rightarrow P = 80 \neq 70, \text{ deci prețul obiectului nu poate fi 70 de lei.}$$

$$b) \begin{cases} 15n = P - 10 \\ 25n = P + 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P = 15n + 10 \\ 25n = 15n + 10 + 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P = 15n + 10 \\ 10n = 30 \Rightarrow n = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P = 55 \\ n = 3 \end{cases}.$$

5. Dacă elevii unei clase se așază câte doi în bancă, rămân șapte elevi în picioare, iar dacă se așază câte trei în bancă, rămân două bănci goale.

a) Pot fi în clasă un număr de 26 de elevi? Justifică răspunsul.

b) Câți elevi sunt în clasă?

Rezolvare:

Notăm

n – numărul de elevi

b – numărul de bănci

a) Presupunând că avem câte doi elevi în bancă, avem: $\frac{26-7}{2} = \frac{19}{2} \notin \mathbb{Z}$, deci nu pot fi în clasă un număr de 26 de elevi.

b) Dacă stau câte doi elevi în bancă, avem: $n = 2b + 7$ (7 elevi rămân în picioare)

Dacă stau câte trei elevi în bancă, avem: $n = 3(b - 2)$ (rămân două bănci goale)

Egalând cele două relații, obținem: $3(b - 2) = 2b + 7 \Rightarrow 3b - 6 = 2b + 7 \Rightarrow 3b - 2b = 7 + 6 \Rightarrow b = 13$ bănci

$n = 2b + 7 \xrightarrow{b=13} n = 2 \cdot 13 + 7 \Rightarrow n = 33$ elevi.

6. În prezent, vârsta lui Mihai este cu 6 ani mai mare decât dublul vârstei lui Ionuț. Peste patru ani, vârsta lui Mihai va fi triplul vârstei lui Ionuț.

a) Verificați dacă Ionuț poate avea în prezent 6 ani. Justificați răspunsul.

b) Determină vârsta lui Mihai în prezent.

Rezolvare:

Notăm:

M – vârsta lui Mihai (ani)

I – vârsta lui Ionuț (ani).

Conform celor două condiții din enunț, vom avea:

$$\begin{cases} M = 6 + 2I \\ M + 4 = 3(I + 4) \end{cases}$$

a) Presupunem că Ionuț are 6 ani

Înlocuind în prima condiție, vom obține: $M = 6 + 2 \cdot 6 \Rightarrow M = 6 + 12 \Rightarrow M = 18$ ani

Înlocuind în a doua condiție, vom obține: $M + 4 = 3(6 + 4) \Rightarrow M + 4 = 30 \Rightarrow M = 26$ ani

Cum $18 \neq 26$, atunci Ionuț nu poate avea în prezent 6 ani.

$$b) \begin{cases} M = 6 + 2I \\ M + 4 = 3(I + 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = 6 + 2I \\ 6 + 2I + 4 = 3(I + 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = 6 + 2I \\ 2I + 10 = 3(I + 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = 6 + 2I \\ 2I + 10 = 3I + 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = 14 \\ I = 4 \end{cases}$$

7. Doi copii, Ana și Bogdan, au fiecare câte un coș cu nuci. Dacă Ana ar primi de la Bogdan 4 nuci, atunci Bogdan ar avea de 3 ori mai multe nuci decât Ana.

a) Este posibil ca Bogdan să aibă exact 35 de nuci? Justificați răspunsul.

b) Aflați câte nuci are fiecare copil dacă împreună au 60 de nuci.

Rezolvare:

Notăm :

x - numărul de nuci ale Anei

y - numărul de nuci ale lui Bogdan

După transferul celor 4 nuci Ana are x+4 iar Bogdan are y-4

Condiția din problemă devine: $y - 4 = 3(x + 4)$

$$a) y = 35 \Rightarrow 35 - 4 = 3(x + 4) \Rightarrow 31 = 3x + 12 \Rightarrow 3x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{3} \notin \mathbb{Z}$$