

Aritmetică și algebră

Mulțimi
 $\in$ aparține $\subset$ inclusă $\supset$ include
 ◊-mulțimea vidă (nu are niciun element) $\forall$ -oricare, $\exists$ -există
 -Cardinalul unei mulțimi=câte elemente are acea mulțime.
 -Mulțimi **disjuncte**=care nu au elemente comune
 N - naturale : 0,1,2,3,... $\mathbb{N}^*$ - naturale fără 0 (nule) : 1,2,3,...
 Z - întregi: -4, 0, 9, +12
 Q - raționale: $\frac{3}{5}$; -4; 3; -6; 2; 3,(4) $\mathbb{R}$ - reale: $\sqrt{7}$; $\frac{3}{5}$; -4; 3; 3,(4)
 Iraționale: $(\mathbb{R}-\mathbb{Q})$ $\sqrt{7}$; $-\sqrt{2}$; π ... $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
 Operații cu mulțimi $A = \{2; 4; 7\}$, $B = \{7; 9\}$
reuniunea $A \cup B = \{2; 4; 7; 9\}$ **intersecția** $A \cap B = \{7\}$
diferența $A - B = \{2; 4\}$ **produs cartezian** $A \times B = \{(2,7); (2,9); (4,7); (4,9); (7,7); (7,9)\}$

Reguli de calcul
 -**Fracții zecimale** $1,37+52,4=53,77$; $3-1,2=1,8$; $3,87 \cdot 10=38,7$ $0,02 \cdot 1000=20$;
 $2,3 \cdot 4,25=9,775$; $36,2:10=3,62$; $2,7:100=0,027$; $3,6:4=0,9$; $0,26:0,2=2,6:2=1,3$
 -**Numere întregi** $5-8=-3$; $-4-3=-7$; $-7+2=-5$; $-7+9=2$; $5-(-2)=-5+2=-3$
 $3 \cdot (-5)=-15$; $(-4) \cdot (+2)=-8$; $(-2) \cdot (-3)=6$; $8 \cdot (-4)=-32$; $(-5) \cdot (-1)=5$;
 Numere **pozitive**: +12; 3;... Numere **negative**: -23; -2,...
Opusul lui 35 este -35; opusul lui -8 este 8.
 -**Puteri** $2^7 \cdot 2^5=2^{12}$; $5^0 \cdot 5^3=5^3$; $(7^3)^4=7^{12}$; $(2n)^3=8n^3$; $(-3)^2=9$;
 $(-3)^3=-27$; $(-1)^7=-1$; $(-1)^4=1$; $1^5=1$; $9^4=9$; $(-7)^1=-7$; $3^0=1$; $(-6)^0=1$; $0^7=0$;
 $5^{-2}=\frac{1}{5^2}$; $(-3)^{-3}=\frac{1}{(-3)^3}=-\frac{1}{27}$
 -**Fracții ordinare** $\frac{1}{6}+\frac{5}{4}=\frac{21}{12}$; $\frac{3}{4}+\frac{5}{12}=\frac{17}{12}$; $\frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\frac{28}{20}-\frac{15}{20}=\frac{13}{20}$; $\frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\frac{28}{20}-\frac{15}{20}=\frac{13}{20}$; $\frac{2}{3}-\frac{1}{5}=\frac{10}{15}-\frac{3}{15}=\frac{7}{15}$;
Inversul lui 35 este $\frac{1}{35}$; inversul lui $\frac{3}{7}$ este $\frac{7}{3}$
 Frații etajate $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{35}$; $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{35}$
Radicali
 $\sqrt{49}=7$; $\sqrt{813} \cdot \sqrt{813}=813$; $\sqrt{7} \cdot \sqrt{5}=\sqrt{35}$; $\sqrt{37^2}=37$
Scoaterea factorilor de sub radical $\sqrt{63}=\sqrt{9 \cdot 7}=\sqrt{9} \cdot \sqrt{7}=3\sqrt{7}$
Raționalizarea numitorului $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$; $\frac{4}{3-\sqrt{2}}=\frac{4(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}=\frac{12+4\sqrt{2}}{9-2}=\frac{12+4\sqrt{2}}{7}$
 -**Calcul algebric** $5x+2x=7x$; $2y-9y=-7y$; $-3n^2-5n^2=-8n^2$; $a+a=2a$;
 $c \cdot c=c^2$; $-3n \cdot 2n^3=-6n^4$; $3(2n-7)=6n-21$; $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$;
 $(x^2-3)(x-4)=x^3-4x^2-3x+12$ $+(-5+x-y)=-5+x-y$; $-(a-b+3)=-a+b-3$
Trecerea termenilor dintr-un membru în altul la egalitate: termenii se pot trece
 dintr-un membru în celalalt cu semn schimbat $x-a+b=c-y+z \Rightarrow x+y-z=c+a-b$

Modul (valoare absolută)
 $|6|=6$; $|-3|=3$. În general, $|x|=\begin{cases} x, & \text{dacă } x \geq 0 \\ -x, & \text{dacă } x < 0 \end{cases}$
 Ex. $|3-\sqrt{2}|=3-\sqrt{2}$, deoarece $3-\sqrt{2} \geq 0$
 $|1-\sqrt{2}|=-(1-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1$, deoarece $1-\sqrt{2} < 0$

Comparații
 $\frac{7}{5} > \frac{4}{5}$; $\frac{9}{2} > \frac{9}{7}$; $\frac{2}{9} < 1$
 $-9 < -7$; $-5 < 2$; $-2 < 3 < 0$
 $2,4 > 2,39$; $-4,1 < -3,82$
 $\sqrt{3} > 1$; $-\sqrt{6} > -\sqrt{10}$

Intervale
 $\{x \in \mathbb{R} / 2 \leq x \leq 5\}=[2;5]$ (interval închis)
 $\{x \in \mathbb{R} / 5 < x < 3\}=(5;3)$ (interval deschis)
 $\{x \in \mathbb{R} / x > -1\}=(-1;+\infty)$ (-1...plus infinit)
 $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 6\}=(-\infty;6]$ (minus infinit...6)

Descompunerea expresiilor în factori
 -**Prin factor comun**
 $x^3-5x^2=x^2(x-5)$; $(n-4)^5+(n-4)^4=(n-4)^4(n-4+1)$
 -**Prin formule**
 $y^2-25=(y-5)(y+5)$; $9x^2-6x+1=(3x-1)^2$
 -**Prin grupări de termeni**
 $2n^3+2n^2+7n+7=2n^2(n+1)+7(n+1)=(n+1)(2n^2+7)$
 $x^2+6x+8=x^2+4x+2x+8=x(x+4)+2(x+4)=(x+4)(x+2)$

Ecuatia de gradul doi Forma generală $ax^2+bx+c=0$.
 Rezolvare: calculăm Δ (**delta**), $\Delta=b^2-4ac$.
 Dacă $\Delta < 0$, ecuația nu are soluții.
 Dacă $\Delta > 0$, soluțiile sunt: $x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

Unități de măsură					
Lungime	Arie	Volum	Capacitate	Masă	Temp
3 m=30 dm	7 m²=700 dm²	5 m³=5000 dm³	1 l=1 dm³	4 kg=4000 g	1 oră=60 minute
0,7 m=70 cm	0,05m²=500 cm²	0,03 cm³=30 mm³	3 l=3000 ml	0,5 dag=5 g	1 minut=60 secunde
2 km=2000 m	2 km²=200 hm²	0,05 km³=50 hm³	0,3 dal=3 l	7 cg=70 mg	1 deceniu=10 ani
3,5 cm=35 mm	1 ar=1dam²=100 m²	1 dm³=1000 cm³	0,2 hl=20 l	2 hg=200 g	1 secol=100 ani
2,7 dam=27 hm	1 ha=1hm²=100 ari	1 m³=10³mm³	125 ml=0,125 l	6,23 g=62,3 dg	1 mileniu=1000 ani
1,3 mm=0,13 cm	0,02 ha =2 ari= 200 m²	3 mm³=0,003 cm³	0,07 kl=70 l	3 t=3000 kg	¼ ore=15minute
5,7 hm=570 m	0,04 m²=400 cm²	0,25 dam³=250 m³	3 cl=0,3 dl	34 dg=0,34 g	½ ore=30 minute

Numere naturale
 -**Numere consecutive**= unul după altul Ex. 4;5
 -**Număr par** (cu soț) 0,2,4,6,8,10,...; are forma 2k
 -**Număr impar** (fără soț) 1,3,5,7,9,11,...; are forma 2k+1
 $xy=10x+y$ $abc=100a+10b+c$ $abcd=1000a+100b+10c+d$
 -**Pătratul** lui 7 este $7^2=49$; **cubul** lui 2 este $2^3=8$
 -**Pătrat perfect**= este egal cu pătratul unui număr natural : 0,1,4,9,16,25,...
 [Un pătrat perfect nu poate avea ultima cifră 2, 7 sau 8]
 -**Cub perfect**= este egal cu cubul unui număr natural : 0,1,8,27,...
 -**Teorema împărțirii cu rest** $D=I \cdot C+R$, $R < I$ $\begin{cases} D-\text{deîmpărțit} \\ I-\text{împărțitor} \\ C-\text{cât} \\ R-\text{rest} \end{cases}$
 -**Suma lui Gauss** $1+2+3+\dots+n=\frac{n \cdot (n+1)}{2}$
 -**Sume de puteri**
 $S=3+3^2+3^3+\dots+3^{25}|-3 \Rightarrow 3S=3^2+3^3+\dots+3^{25}+3^{26} \Rightarrow 3S=S-3+3^{26} \Rightarrow S=\frac{3^{26}-3}{2}$

Factor comun
 $3x+3y=3(x+y)$; $7a+28=7(a+4)$; $10n-5=5(2n-1)$;
 $8-8k=8(1-k)$; $x^3+x^2=x^2(x+1)$; $4y-6y^2=2y(2-3y^2)$

Transformarea fracțiilor zecimale
 -**Finite** $0,7=\frac{7}{10}$; $0,207=\frac{207}{1000}$; $3,45=\frac{345}{100}$
 -**Periodice simple** $0,(73)=\frac{73}{99}$; $2,(5)=2\frac{5}{9}=\frac{23}{9}$
 -**Periodice mixte** $0,13(5)=\frac{135-13}{900}=\frac{122}{900}$

Formule de calcul
 Exemple
 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ $(3x-4)(3x+4)=9x^2-16$
 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(2y+3)^2=4y^2+12y+9$
 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(3n-4)^2=9n^2-24n+16$
 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$
 $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
 $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
 $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
 $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

Formula radicalilor compuși
 $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$

Aproximări
 Fie numărul 3,1476. Aproximat cu:
 -o zecime prin lipsă=3,1; o zecime prin adaus=3,2
 -o sutime prin lipsă=3,14; o sutime prin adaus=3,15
Partea întreagă a unui număr x este [x], cel mai mare număr întreg $\leq x$. Ex. $[3,7]=3$; $[6]=6$; $[0,25]=0$; $[-3,1]=-4$
Partea fracționară a lui x este definită astfel: $\{x\}=x-[x]$.
 Ex. $\{3,7\}=0,7$; $\{4\}=0$; $\{0,2\}=0,2$; $\{-3,1\}=0,9$

Sisteme de ecuații
 -Rezolvare prin metoda **substituției**
 $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x+y=11 \end{cases} \begin{cases} x=4+y \\ 2(4+y)+y=11 \end{cases} \begin{cases} x=4+y \\ 8+3y=11 \end{cases} \begin{cases} x=4+y \\ 3y=3 \end{cases} \begin{cases} x=4+y \\ y=1 \end{cases}$
 -Rezolvare prin metoda **reducerii**
 $\begin{cases} a-b=4 \\ 3a+2b=22 \end{cases} \cdot 2 \begin{cases} 2a-2b=8 \\ 3a+2b=22 \end{cases}$ (se adună ecuațiile)
 $5a/-30 \Rightarrow a=6 \Rightarrow b=4$

Sistem de axe
 Ox- axa **absciselor**
 Oy- axa **ordonatelor**
 Punctul M(5;3)
 5 și 3 sunt **coordonatele** punctului M.
 Numărul 5 este **abscisa**, iar 3 este **ordonata** lui M.

Divizibilitate
 $2|18$ (2 divide pe 18) $18:3$ (18 este divizibil cu 3)
 -**Divizorii** lui 18 sunt $D_{18}=\{1,2,3,6,9,18\}$
 -**Multiplii** lui 18 sunt $M_{18}=\{0,18,36,54,\dots\}$
 -număr **prim** -se divide doar cu 1 și el însuși: 2, 3, 5, 7, 11,...
 -număr **compus** -care nu este prim: 4, 6, 8, 9, 10,...
 -**Cel mai mare divizor comun** $(8;12)=4$
 Numere **prime între ele** -au c.m.m.d.c.=1 (ex. 15 și 8)
 -**Cel mai mic multiplu comun** $[8;12]=24$
 -Dacă $a=2^5 \cdot 3 \cdot 7^2$ și $b=2^6 \cdot 5 \cdot 7$, atunci a și b au
c.m.m.d.c.= $2^5 \cdot 3$ și **c.m.m.m.c.**= $2^6 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 5$
 Relația între c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. $(a;b) \cdot [a;b]=a \cdot b$
 -**Câți divizori naturali** are un număr: dacă $n=2^5 \cdot 3^2 \cdot 7^2$, atunci n are $(5+1) \cdot (2+1) \cdot (2+1)=180$ divizori naturali
Criterii de divizibilitate
 -cu 2: dacă are ultima cifră 0,2,4,6 sau 8 (ex. 756;1934)
 -cu 3: dacă suma cifrelor se divide cu 3 (ex. 261;1005)
 -cu 4: dacă nr. format din ultimele 2 cifre se divide cu 4 (ex. 912)
 -cu 5: dacă are ultima cifră 0 sau 5 (ex. 295;1330)
 -cu 9: dacă suma cifrelor se divide cu 9 (ex. 495;8001)
 -cu 10: dacă are ultima cifră 0 (ex. 730;1900)
 -cu 25: dacă nr. format din ultimele 2 cifre se divide cu 25 (ex. 375)
 Dacă a și b sunt prime între ele, dacă n'a și n;b, atunci n;(a·b)

Fracții $\frac{a}{b}$ a - **numărător**, b - **numitor**
 - **subunitate**; au numitorul > numărătorul. Ex. $\frac{2}{9}$, $\frac{2013}{2014}$
 - **supraunitate**; au numitorul < numărătorul. Ex. $\frac{7}{4}$, $\frac{19}{18}$
 - **echiunitate**; au numitorul = numărătorul. Ex. $\frac{5}{5}$, $\frac{341}{341}$
 - **ireductibile**, care nu se pot simplifica. Ex. $\frac{14}{25}$, $\frac{16}{14}$
 - **reductibile**, care se pot simplifica. Ex. $\frac{15}{18}$ ($\frac{5}{6}$)
 - **echivalente** $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$; se recunosc astfel: $2 \cdot 12=3 \cdot 8$

Procente 7% din 300= $\frac{7}{100} \cdot 300=21$
Raport raportul numerelor 3 și 5 este $\frac{3}{5}$
Proportie -o egalitate de două rapoarte (ex. $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$)
 2, 3, 4, 6 se numesc **termenii** proporției
 3 și 4 sunt **mezii**; 2 și 6 sunt **extremii**.
 Proprietatea fundamentală a unei proporții:
produsul mezilor este egal cu produsul extremilor $\frac{2}{3}=\frac{4}{6} \Rightarrow 3 \cdot 4=2 \cdot 6$

Numerele x, y, z sunt **direct proporționale** cu 3, 5, 9 dacă $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{9}$
 Numerele x, y, z sunt **invers proporționale** cu 2, 4, 7 dacă $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}{1}=\frac{z}{1}$
Regula de trei simpla
 a) Dacă marimile sunt direct proporționale
 Ex. 3 kg mere costa 12 lei. Cat vor costa 5 kg mere?
 $\begin{matrix} 3 \text{ kg} & & 12 \text{ lei} \\ 5 \text{ kg} & \cdot x \text{ lei} & x=\frac{5 \cdot 12}{3}=20 \text{ lei} \end{matrix}$
 b) Dacă marimile sunt invers proporționale
 Ex. 3 robinete pot umple un bazin în 20 ore. Atunci 5 robinete, în cat timp pot umple bazinul?
 $\begin{matrix} 3 \text{ rob.} & & 20 \text{ ore} \\ 5 \text{ rob.} & \cdot x \text{ ore} & x=\frac{3 \cdot 20}{5}=12 \text{ ore} \end{matrix}$
Probabilitatea unui eveniment= $\frac{\text{nr.cazuri favorabile}}{\text{nr.cazuri posibile}}$

Medii Aritmetică $m_g=\frac{x+y}{2}$; Geometrică $m_g=\sqrt{xy}$
Armonică $m_h=\frac{2xy}{x+y}$ **Inegalitatea mediilor** $m_h \leq m_g \leq m_a$
Media aritmetică ponderată a numerelor 10; 12; 9, având ponderile 3; 6; 5 este $m_{ap}=\frac{10 \cdot 3+12 \cdot 6+9 \cdot 5}{3+6+5}$

Funcții
 Spunem că am definit o funcție pe mulțimea A cu valori în mulțimea B dacă facem ca **fiecarui** element din A să-i corespundă un **singur** element în B.
 $f:A \rightarrow B$ (citim "funcția f definită pe A cu valori în B")
 A - **domeniul de definiție**, B - **domeniul de valori**
Funcție liniară (de gradul I) este o funcție de forma $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$.
 Ex. $f(x)=3x-5$
 - Reprezentare grafică. Fie $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=3x-5$
 Calcularea coordonatelor punctelor de intersecție a graficului cu axele:
 -cu axa Oy se calculează $f(0)$; $f(0)=-5 \Rightarrow B(0;-5)$
 -cu axa Ox se rezolvă ecuația $f(x)=0$; $3x-5=0 \Rightarrow x=\frac{5}{3} \Rightarrow A(\frac{5}{3};0)$
 Dacă punctul P(u,v) se afla pe graficul funcției f, atunci f(u)=v.
 Calcularea coordonatelor punctului de intersecție a graficelor a două funcții f și g:
 se rezolvă ecuația $f(x)=g(x)$
 Determinarea funcției de gradul I cunoscând doua puncte ale graficului:
 Ex. Dacă graficul trece prin punctele M(1;7) și N(2;9).
 $f(x)=ax+b \Rightarrow f(1)=7, f(2)=9$. Se rezolvă sistemul de ecuații $\begin{cases} a+b=7 \\ 2a+b=9 \end{cases}$
 $a=2, b=5 \Rightarrow f(x)=2x+5$