

Simularea Examenului Național de Bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$.

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex $z = \frac{4+i^{2026}}{i}$. Calculați modulul numărului $w = |z| + \bar{z}$.
- 5p 2. Determinați punctele de intersecție ale graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - 2$ cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_x 2 = 2 - \log_2 x$.
- 5p 4. Determinați numerele naturale n care verifică egalitatea $n + 135 = C_n^2$.
- 5p 5. Determinați numărul real a știind că dreptele de ecuații $x - 2y = 0$ și $ax + y + 5 = 0$ sunt perpendiculare.
- 5p 6. Calculați $\cos 75^\circ - \sin 15^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ m & 1 & -1 \\ 0 & m & 1 \end{pmatrix}$, unde $m \in \mathbb{Q}$.
- 5p a) Calculați $\det(B^2)$, unde $B = A(0)$.
- 5p b) Demonstrați că matricea $A(m)$ este inversabilă, pentru orice $m \in \mathbb{Q}$.
- 5p c) Determinați $m \in \mathbb{Q}$ pentru care $(A(m))^{-1} = (A(m))^*$, unde notația X^* reprezintă adjuncta matricei X .
2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = 2x^2 + xy + 2y^2$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Verificați dacă $2 \circ 1 = 12$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x \circ (x+1) = 10x^3 + 2$.
- 5p c) Se consideră numerele reale a, b, c astfel încât $a + b \neq -\frac{c}{2}$. Știind că $c \circ a = c \circ b$, arătați că $a = b$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)^2 \cdot e^x}{(x^2 + 1)^2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că graficul funcției f nu admite asimptotă spre $+\infty$.
- 5p c) Demonstrați că $f\left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right) < f\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$.
2. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcția $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{x^n}{x^2 + 4}$.
- 5p a) Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: $\int_1^2 3(x^2 + 4)f_2(x) dx = 7$.
- 5p b) Calculați $\int f_2(x) dx$.
- 5p c) Determinați primitiva F a funcției f_1 care îndeplinește condiția $F(\sqrt{5}) = 2 + \ln 3$.

Simularea Examenului național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Barem de evaluare și de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z = \frac{3}{i} = -3i \Rightarrow z = 3, \bar{z} = 3i$ $w = 3 + 3i \Rightarrow w = 3\sqrt{2}$	3p 2p
2.	$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2$ Punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axa Ox sunt $A(-1,0)$ și $B(2,0)$	3p 2p
3.	Cum $\log_x 2 = \frac{1}{\log_2 x}$, pentru orice $x > 0, x \neq 1$ (condițiile de existență), ecuația se rescrie $\frac{1}{t} = 2 - t$, unde $t = \log_2 x$ Obținem $t = 1$, de unde $x = 2$, care convine	3p 2p
4.	$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$, pentru orice număr natural $n \geq 2$ (condiția de existență) $C_n^2 = n + 135 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 270 = 0 \Leftrightarrow n \in \{-15, 18\}$, deci $n = 18$	2p 3p
5.	Pantele celor două drepte sunt $m_1 = \frac{1}{2}$ și $m_2 = -a$ Cele două drepte sunt perpendiculare dacă și numai dacă $m_1 \cdot m_2 = -1$, de unde $a = 2$	2p 3p
6.	$\cos 75^\circ = \cos(90^\circ - 15^\circ) = \cos 90^\circ \cos 15^\circ + \sin 90^\circ \sin 15^\circ$ Cum $\cos 90^\circ = 0$ și $\sin 90^\circ = 1$, rezultă $\cos 75^\circ = \sin 15^\circ$, deci $\cos 75^\circ - \sin 15^\circ = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow B^2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -8 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\det(B^2) = 1$	2p 3p
b)	$\det(A(m)) = -3m^2 - m + 1$, pentru orice $m \in \mathbb{Q}$ $\det(A(m)) = 0 \Leftrightarrow m \in \left\{ \frac{-1 - \sqrt{13}}{6}, \frac{-1 + \sqrt{13}}{6} \right\}$ și, întrucât $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6} \notin \mathbb{Q}$, rezultă că $\det(A(m)) \neq 0$ pentru orice $m \in \mathbb{Q}$, deci $A(m)$ este inversabilă pentru orice $m \in \mathbb{Q}$	2p 3p
c)	Cum $(A(m))^{-1} = \frac{1}{\det(A(m))} \cdot (A(m))^*$, din $(A(m))^{-1} = (A(m))^*$ rezultă $\det(A(m)) = 1$ $-3m^2 - m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 - m = 0$, cu soluțiile $m_1 = 0$ și $m_2 = -\frac{1}{3}$	3p 2p
2.a)	$2 \circ 1 = 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1^2 =$ $= 8 + 2 + 2 = 12$	3p 2p

b)	$x \circ (x+1) = 5x^2 + 5x + 2$ $5x^2 + 5x + 2 = 10x^3 + 2 \Leftrightarrow 5x(2x^2 - x - 1) = 0$, cu soluțiile $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = -\frac{1}{2}$	2p 3p
c)	$c \circ a = c \circ b \Leftrightarrow 2a^2 - 2b^2 + ca - cb = 0 \Leftrightarrow (a-b)(2a+2b+c) = 0$ Cum $a+b \neq -\frac{c}{2}$, rezultă $2a+2b+c \neq 0$, deci $a-b=0$, de unde $a=b$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(e^x)' \cdot (x^2+1) - e^x \cdot (x^2+1)'}{e^{2x}} = \frac{e^x(x^2+1) - e^x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} =$ $= \frac{(x^2-2x+1) \cdot e^x}{(x^2+1)^2} = \frac{(x-1)^2 \cdot e^x}{(x^2+1)^2}, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2+1} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2x} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2} = +\infty$, deci graficul funcției f nu admite asimptotă orizontală la $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3+x} = +\infty$, deci graficul funcției f nu admite nici asimptotă oblică la $+\infty$	3p 2p
c)	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ și ecuația $f'(x) = 0$ are un număr finit de soluții, deci f este strict crescătoare Cum $\frac{\sqrt{7}}{5} < \frac{\sqrt{7}}{4}$ și f strict crescătoare, rezultă că $f\left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right) < f\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$	3p 2p
2.a)	$\int_1^2 3(x^2+4)f_2(x)dx = \int_1^2 3x^2dx =$ $= x^3 \Big _1^2 = 2^3 - 1^3 = 7$	2p 3p
b)	$\int f_2(x)dx = \int \frac{x^2}{x^2+4}dx = \int \left(1 - \frac{4}{x^2+4}\right)dx =$ $= \int dx - 4 \int \frac{1}{x^2+4}dx = x - 2 \arctg \frac{x}{2} + C$	2p 3p
c)	$\int f_1(x)dx = \frac{1}{2} \cdot \int \frac{(x^2+4)'}{x^2+4}dx = \frac{1}{2} \ln(x^2+4) + C$, deci $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2+4) + k$, unde $k \in \mathbb{R}$ $F(\sqrt{5}) = 2 + \ln 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln 9 + k = 2 + \ln 3 \Leftrightarrow k = 2$, deci $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2+4) + 2$	3p 2p