

Simularea Examenului Național de Bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați partea reală a numărului complex $z = \frac{-13+11i}{2+5i}$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2$, unde m este un număr real nenul. Determinați m pentru care vârful parabolei se află pe dreapta de ecuație $y = -x + 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot \log_{x+1} 3 = 1 + \log_3(x+1)$.
- 5p 4. Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi A știind că aceasta are exact 16 submulțimi cu cel mult două elemente.
- 5p 5. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $A(1,2)$ și este perpendiculară pe dreapta d , de ecuație $x - 2y + 3 = 0$.
- 5p 6. Fie $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x = -\frac{4}{5}$. Calculați $\operatorname{ctg} 2x$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & m \\ 1 & -m & 0 \end{pmatrix}$, unde m este un număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A) = 0$, pentru orice număr real m .
- 5p b) Pentru $m = 2$, verificați egalitatea $A \cdot (A^2 + 6I_3) = O_3$.
- 5p c) Demonstrați că matricea $B = I_3 + xA$ este inversabilă, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ și pentru orice $m \in \mathbb{R}$.
2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \frac{xy}{10} - x - y + 20$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = \frac{1}{10}(x-10)(y-10) + 10$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = \frac{101}{10}$.
- 5p c) Arătați că expresia $E(n) = \sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{n}$ este constantă, pentru orice număr natural $n \geq 2026$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \ln(x^2 + x + 1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x+1) - f(x))$.
- 5p c) Arătați că funcția f este bijectivă.
2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2xe^x - 2x + 1}{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^e f(x) dx = 2e^e - 4e + 3$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = 2e$.
- 5p c) Demonstrați că orice primitivă G a funcției $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - \frac{1}{x}$, este funcție convexă.

Simularea Examenului național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Barem de evaluare și de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z = \frac{(-13 + 11i)(2 - 5i)}{2^2 + 5^2} =$ $= \frac{29 + 87i}{29} = 1 + 3i, \text{ deci } \operatorname{Re}(z) = 1$	2p 3p
2.	$x_V = \frac{m}{2}, y_V = -\frac{m^2 - 8}{4}$ $y_V = -x_V + 2 \Leftrightarrow -\frac{m^2 - 8}{4} = -\frac{m}{2} + 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0, \text{ și cum } m \neq 0, \text{ rezultă } m = 2$	2p 3p
3.	Cum $\log_{x+1} 3 = \frac{1}{\log_3(x+1)}$, pentru orice $x > -1, x \neq 0$ (condițiile de existență), ecuația se rescrie $\frac{2}{t} = 1 + t, \text{ unde } t = \log_3(x+1)$ Obținem $t_1 = 1, t_2 = -2$, de unde $x_1 = 2, x_2 = -\frac{8}{9}$, care convin	2p 3p
4.	Numărul de submulțimi ale lui A care au cel mult două elemente este egal cu $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2$ Condiția din enunț se rescrie $1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 16 \Leftrightarrow n^2 + n - 30 = 0 \Leftrightarrow n \in \{-6, 5\}$, iar cum $n \geq 2$ (condiția de existență), rezultă $n = 5$	2p 3p
5.	Dacă h este dreapta căutată, din $d \perp h$ rezultă $m_d \cdot m_h = -1$, iar cum $m_d = \frac{1}{2}$ rezultă că $m_h = -2$ Ecuația dreptei h este $y - y_A = m_h \cdot (x - x_A)$, de unde obținem $h: 2x + y - 4 = 0$	2p 3p
6.	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = \frac{9}{25}$, iar cum $\sin x < 0$, întrucât $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, rezultă $\sin x = -\frac{3}{5}$, de unde $\operatorname{tg} x = \frac{3}{4}$ $\operatorname{ctg} 2x = \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{2 \operatorname{tg} x} = \frac{7}{24}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & m \\ 1 & -m & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot m \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) \cdot (-m) - 0 \cdot m \cdot (-m) - 0 \cdot 1 \cdot (-1) - 0 \cdot (-1) \cdot (-m) =$ $= 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 0$	3p 2p
b)	$A^2 = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 2 & -5 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 + 6I_3 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $A(A^2 + 6I_3) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = O_3$	3p 2p

c)	$B = I_3 + xA = \begin{pmatrix} 1 & x & -x \\ -x & 1 & mx \\ x & -mx & 1 \end{pmatrix}$ $\det(B) = m^2x^2 + 2x^2 + 1 \geq 1, \text{ deci } \det(B) \neq 0 \text{ pentru orice } m, x \in \mathbb{R}, \text{ de unde rezultă că } B \text{ este inversabilă}$	3p 2p
2.a)	$x \circ y = \frac{xy}{10} - x - y + 20 = \frac{1}{10}(xy - 10x - 10y + 100) + 10 =$ $= \frac{1}{10}(x(y - 10) - 10(y - 10)) + 10 = \frac{1}{10}(x - 10)(y - 10) + 10, \text{ pentru orice } x, y \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$x \circ x = \frac{101}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{10}(x - 10)^2 + 10 = \frac{101}{10}$ $\Leftrightarrow (x - 10)^2 = 1, \text{ de unde } x_1 = 9, x_2 = 11$	3p 2p
c)	$E(n) = a \circ \sqrt{100} \circ b = a \circ 10 \circ b, \text{ unde } a = \sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{99}, b = \sqrt{101} \circ \sqrt{102} \circ \dots \circ \sqrt{n}$ $x \circ 10 = 10, 10 \circ x = 10, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}, \text{ deci } E(n) = (a \circ 10) \circ b = 10 \circ b = 10 = \text{constantă}, \text{ pentru orice } n \geq 2026$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 2 + \frac{(x^2 + x + 1)'}{x^2 + x + 1} =$ $= 2 + \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1}, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x+1) - f(x)) = \lim_{x \rightarrow \infty} (2(x+1) - \ln(x^2 + 3x + 3) - 2x + \ln(x^2 + x + 1)) =$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \ln \left(\frac{x^2 + 3x + 3}{x^2 + x + 1} \right) \right) = 2 + \ln 1 = 2$	3p 2p
c)	$f'(x) > 0, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}, \text{ deci } f \text{ este strict crescătoare, așadar este și injectivă}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, f \text{ este continuă, deci transformă un interval într-un interval, de unde rezultă că } \text{Im } f = \mathbb{R}, \text{ așadar } f \text{ este și surjectivă, deci } f, \text{ fiind injectivă și surjectivă, este bijectivă}$	2p 3p
2.a)	$\int_1^e f(x) dx = \int_1^e \left(2e^x - 2 + \frac{1}{x} \right) dx =$ $= \left(2e^x - 2x + \ln x \right) \Big _1^e = 2e^e - 4e + 3$	2p 3p
b)	$F(x) = 2e^x - 2x + \ln x + k, k \in \mathbb{R}$ $F(1) = 2e \Leftrightarrow 2e - 2 + k = 2e \Leftrightarrow k = 2, \text{ deci } F(x) = 2e^x - 2x + 2 + \ln x$	3p 2p
c)	$\text{Dacă } G \text{ este o primitivă a funcției } g(x) = f(x) - \frac{1}{x} = 2e^x - 2, \text{ atunci}$ $G'(x) = g(x) \text{ și } G''(x) = 2e^x, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}$ $G''(x) \geq 0, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}, \text{ deci funcția } G \text{ este convexă}$	3p 2p