

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(1+0,8):2+0,3:3=1$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x-a$ și $g(x)=x^2-6x+9$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(7x+11)=2$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{0,1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice inegalitatea $3n \geq n^3$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(1,2)$. Arătați că triunghiul BOC este dreptunghic în O , știind că B este mijlocul segmentului AC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , $AB=9$ și măsura unghiului C este egală cu 60° . Arătați că $AC=3\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix} a & a+1 \\ a-3 & 4a-1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det(B(1))=7$.
- 5p** b) Arătați că $B(2)-B(0) \cdot B(1)=4A$
- 5p** c) Determinați numerele reale a , pentru care $\det(B(a)-aA)=0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=3(x+y)-xy-6$.
- 5p** a) Arătați că $\frac{1}{3}*3=3$.
- 5p** b) Demonstrați că $e=2$ este elementul neutru al legii de compoziție “*”.
- 5p** c) Determinați valorile numărului natural n pentru care $(n-1)*n > -3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=3x^2 \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x)=3x(2 \ln x + 1)$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $f(x) \geq -\frac{3}{2e}$ oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=3x^2-4x+1$.
- 5p** a) Calculați $\int \frac{f(x)}{x^2} dx$, pentru $x \in (0, +\infty)$
- 5p** b) Determinați primitiva F a funcției f , pentru care $F(2)=4$.
- 5p** c) Arătați că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $\left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
11 decembrie 2025

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$1,8 : 2 + 0,1 =$ $0,9 + 0,1 = 1$	3p 2p
2.	$f(a) = 0, g(a) = a^2 - 6a + 9$ $a^2 - 6a + 9 = 0 \Rightarrow (a - 3)^2 = 0 \Rightarrow a = 3$	2p 3p
3.	$7x + 11 = 5^2 \Leftrightarrow 7x = 14$ $x = 2$ care verifică condițiile de existență	3p 2p
4.	$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ are 6 elemente $\Rightarrow$ Numărul cazurilor posibile este 6 . $n = 0 \Rightarrow 0 \geq 0(A), n = 1 \Rightarrow 3 \geq 1(A) \Rightarrow$ Numărul cazurilor favorabile este 2 $\Rightarrow P = \frac{1}{3}$	2p 3p
5.	B mijlocul segmentului AC are coordonatele $x_B = \frac{x_A + x_C}{2} = 1, y_B = \frac{y_A + y_C}{2} = 2$ $\Rightarrow 1 = \frac{0 + x_C}{2}$ și $2 = \frac{5 + y_C}{2} \Rightarrow C(2, -1)$ $\Rightarrow OB = OC = \sqrt{5}, BC = \sqrt{10}$; Se verifică $BC^2 = OB^2 + OC^2$	2p 3p
6.	$tg(\sphericalangle C) = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{9}{AC}$ $AC = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(B(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) =$ $= 3 + 4 = 7$	3p 2p
b)	$B(2) - B(0) \cdot B(1) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \quad (1)$ $4A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \quad (2) . \text{ Din (1) și (2) } \Rightarrow B(2) - B(0) \cdot B(1) = 4A$	3p 2p

Inspectoratul Școlar Județean Brăila

c)	$B(a) - aA = \begin{pmatrix} a & a+1 \\ a-3 & 4a-1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 4a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a+1 \\ a-3 & -1 \end{pmatrix}$ $\det(B(a) - aA) = \begin{vmatrix} 0 & a+1 \\ a-3 & -1 \end{vmatrix} = 0 \cdot (-1) - (a+1)(a-3) = -(a+1)(a-3) = 0 \Rightarrow$ $a_1 = -1, \quad a_2 = 3$	2p 3p
2.a)	$\frac{1}{3} * 3 = 3 \left(\frac{1}{3} + 3 \right) - \frac{1}{3} \cdot 3 - 6 =$ $= 3 \cdot \frac{10}{3} - 7 = 3$	3p 2p
b)	$\forall x, e \in \mathbf{R} \Rightarrow x * e = e * x$ $\text{din } x * e = x \Rightarrow (3-x)(e-2) = 0, \forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow e = 2$ Sau prin verificare directă. Verificăm $2 * x = 3(2+x) - 2x - 6 = x, \forall x \in \mathbf{R}$ (2p) <i>Analog</i> $x * 2 = 2 \Rightarrow x * 2 = 2 * x = 2, \forall x \in \mathbf{R}$ $\Rightarrow e = 2$ este elementul neutru al legii “*” (3p)	2p 3p
c)	$(n-1) * n = 3(n-1+n) - (n-1) \cdot n - 6 = -n^2 + 7n - 9$ $-n^2 + 7n - 9 > -3 \Rightarrow -n^2 + 7n - 6 > 0 \Rightarrow n \in (1, 6) \cap \mathbb{N} \Rightarrow n \in \{2, 3, 4, 5\}$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 6x \cdot \ln x + 3x^2 \cdot \frac{1}{x} =$ $= 6x \ln x + 3x = 3x(2 \ln x + 1), \quad x \in (0, \infty)$	3p 2p
b)	$f(1) = 0, \quad f'(1) = 3$ $y - f(1) = f'(1)(x-1) \Rightarrow y = 3x - 3$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = e^{-\frac{1}{2}}$ $f \text{ este descrescătoare pe } \left(0, \frac{1}{\sqrt{e}}\right] \text{ și } f \text{ crescătoare pe } \left[\frac{1}{\sqrt{e}}, \infty\right)$ $f(x) \geq f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) \Rightarrow f(x) \geq -\frac{3}{2e}, \forall x \in (0, \infty)$	3p 2p
2.a)	$\int \frac{f(x)}{x^2} dx = \int \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2} dx = \int 3 dx - \int \frac{4}{x} dx + \int \frac{1}{x^2} dx =$ $= 3x - 4 \ln x - \frac{1}{x} + C, \quad x \in (0, \infty)$	2p 3p
b)	$F(x) = \int f(x) dx = \int (3x^2 - 4x + 1) dx = x^3 - 2x^2 + x + C$ $F(2) = 4 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow F(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$	3p 2p
c)	Fie $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ o primitivă a funcției f, $F'(x) = f(x), F''(x) = f'(x) = 6x - 4$ $F''(x) \geq 0, \forall x \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right) \Rightarrow F(x) \text{ convexă pe intervalul } \left[\frac{2}{3}; +\infty\right).$	2p 3p