

Examenul național de bacalaureat – simulare

Proba E. c)

Matematică M1 _matematică-informatică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Determinați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ știind că $b_1 + b_2 = 15$ și $b_3 + b_4 = 60$. |
| 5p | 2. Dacă $z \in \mathbb{C}$ și $iz + 3\bar{z} = 10 - 18i$, calculați $ z $. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\log_2^2 x^2 + 7\log_2 x + 3 = 0$. |
| 5p | 4. Fie mulțimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând o submulțime a mulțimii M , aceasta să aibă cel mult două elemente. |
| 5p | 5. Dacă $A(-2, 1)$ și $B(4, 3)$, determinați ecuația mediatoarei segmentului AB. |
| 5p | 6. Dacă $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ și $\cos x = \frac{5}{13}$, calculați $\sin 2x$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2x & 6x \\ 0 & -x & 1 + 3x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$. |
| 5p | a) Să se calculeze $\det A(-2)$. |
| 5p | b) Să se arate că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y + xy)$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$. |
| 5p | c) Să se determine $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -1$, pentru care $(A(x))^{-1} = A(-2)$. |

2. Pe mulțimea numerelor reale strict pozitive se consideră legea de

compoziție $x * y = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}_+^*$.

5p

a) Să se verifice dacă $3 * 6 = 2$.

5p

b) Să se demonstreze că legea " $*$ " este asociativă.

5p

c) Să se determine numerele naturale nenule m, n cu $m \leq n$ pentru care

$$(m * m) * (n * n) = 2.$$

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$.

5p

a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}$, $x \in \mathbb{R}$.

5p

b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

5p

c) Arătați că f este bijectivă.

2. Fie funcția $f: (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2+4}{\sqrt{x+2}}$.

5p

a) Arătați că $\int f(x) \cdot \sqrt{x+2} dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

5p

b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este strict monotonă.

5p

c) Determinați mulțimea primitivelor funcției f .

Simularea examenului național de bacalaureat

Proba E. c)

Matematică M1_matematică-informatică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE – Simulare I.Ș.J Buzău- 18 noiembrie 2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$b_1 + b_1q = 15$ și $b_1q^2 + b_1q^3 = 60 \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow$ $q \in \{-2, 2\}$	3p 2p
2.	$z = a + bi, \bar{z} = a - bi, a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow i(a + bi) + 3(a - bi) = 10 - 18i \Rightarrow a - 3b = -18,$ $3a - b = 10 \Rightarrow$ $a = 6, b = 8 \Rightarrow z = 6 + 8i \Rightarrow z = 10$	3p 2p
3.	Notăm $\log_2 x = a \Rightarrow 4a^2 + 7a + 3 = 0 \Rightarrow a \in \left\{-1, -\frac{3}{4}\right\}$ $x \in \left\{\frac{1}{2}, \frac{\sqrt[4]{2}}{2}\right\}$, care convin, deoarece sunt pozitive.	3p 2p
4.	Numărul cazurilor posibile este egal cu numărul de submulțimi ale mulțimii M, adică $2^{10} = 1024$ Numărul cazurilor favorabile este egal cu numărul de submulțimi cu 0, 1 sau 2 elemente: $C_{10}^0 + C_{10}^1 + C_{10}^2 = 1 + 10 + 45 = 56.$ $P = \frac{\text{nr cazurilor favorabile}}{\text{nr cazurilor posibile}} = \frac{56}{1024} = \frac{7}{128}$	2p 3p

5.	Dacă M este mijlocul $[AB] \Rightarrow M(1, 2), m_{AB} = \frac{1}{3}$, panta mediatoarei = -3 $y - y_M = m(x - x_M) \Rightarrow$ ecuația mediatoarei este $3x + y - 5 = 0$	3p 2p
6.	$\sin x < 0$ și $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow$ $\sin x = -\frac{12}{13}, \sin 2x = 2\sin x \cos x \Rightarrow \sin 2x = -\frac{120}{169}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a) $A(-2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -12 \\ 0 & 2 & -5 \end{pmatrix}$ $\det A(-2) = 5 \cdot (-5) - 2 \cdot (-12) = -1$	2p 3p
b)	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-2x & 6x \\ 0 & -x & 1+3x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-2y & 6y \\ 0 & -y & 1+3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-2x-2y-2xy & 6x+6y+6xy \\ 0 & -x-y-xy & 1+3x+3y+3xy \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-2 \cdot (x+y+xy) & 6 \cdot (x+y+xy) \\ 0 & -(x+y+xy) & 1+3(x+y+xy) \end{pmatrix} = A(x+y+xy), \forall x, y \in \mathbb{R}.$	3p 2p
c)	$(A(x))^{-1} = A(-2) \Rightarrow A(x) \cdot (A(x))^{-1} = A(x) \cdot A(-2) \Rightarrow I_3 = A(-2x+x-2)$ Cum $A(x) = A(y) \Leftrightarrow x = y$, cu $x, y \in \mathbb{R}$ și $I_3 = A(0)$, obținem $-x-2=0$, de unde rezultă $x=-2$	3p 2p
2.a)	$3 * 6 = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} =$	3p

	$= \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$	2p
b)	$(x * y) * z = \frac{1}{\frac{1}{x * y} + \frac{1}{z}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} + \frac{1}{z}}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}}, \forall x, y, z \in \mathbb{R}_+^*$ Relația fiind simetrică în x, y, z rezultă că legea $*$ este asociativă	3p 2p
c)	$m * m = \frac{m}{2}, n * n = \frac{n}{2}, (m * m) * (n * n) = \frac{m \cdot n}{2 \cdot (m + n)} \Rightarrow$ $\frac{m \cdot n}{2(m + n)} = 2 \Rightarrow m \cdot n = 4 \cdot m + 4 \cdot n \Rightarrow (m - 4) \cdot (n - 4) = 16$ Cum $m, n \in \mathbb{N}^*, m \leq n$ se obțin soluțiile $(m, n) \in \{(5, 20), (6, 12), (8, 8)\}$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
de puncte)

(30

1.a)	$f'(x) = (x - \ln(x^2 + 1))' = x' - (\ln(x^2 + 1))' = 1 - \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} =$ $= 1 - \frac{2x}{x^2 + 1} = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1} = \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 1}$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \ln(x^2 + 1)) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln e^x - \ln(x^2 + 1)) = \lim_{x \rightarrow \infty} \ln \frac{e^x}{x^2 + 1} = \ln \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2 + 1} =$ $\ln \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(e^x)'}{(x^2 + 1)'} = \ln \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2x} = \ln \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2} = \infty$	3p 2p
c)	$\forall x \in (-\infty, 1) f'(x) > 0, f'(1) = 0, \forall x \in (1, \infty) f'(x) > 0$ deci f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$, rezultă că f este injectivă. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty, f$ este continuă deci $Im f = \mathbb{R}$, rezultă că f este surjectivă. Din f injectivă și surjectivă rezultă că f este bijectivă.	3p

		2p
2.a)	$\int f(x) \cdot \sqrt{x+2} dx = \int \frac{x^2+4}{\sqrt{x+2}} \cdot \sqrt{x+2} dx = \int (x^2 + 4) dx =$ $= \int x^2 dx + \int 4 dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$	3p
		2p
b)	Dacă F este o primitivă a lui f atunci $F'(x) = f(x) = \frac{x^2+4}{\sqrt{x+2}} > 0, \forall x \in (-2, \infty)$ Având derivata pozitivă F este strict crescătoare, deci strict monotonă.	2p
		3p
c)	$\int f(x) dx = \int \frac{x^2+4}{\sqrt{x+2}} dx = 2 \int (x^2+4) \cdot (\sqrt{x+2})' dx$ $= 2(x^2+4)\sqrt{x+2} - 2 \int (x^2+4)' \sqrt{x+2} dx$ $= 2(x^2+4)\sqrt{x+2} - 4 \int x \cdot \sqrt{x+2} dx = 2(x^2+4)\sqrt{x+2} - 4 \int (x+2-2)\sqrt{x+2} dx =$ $= 2(x^2+4)\sqrt{x+2} - 4 \int (x+2)^{\frac{3}{2}} dx + 8 \int (x+2)^{\frac{1}{2}} dx = 2(x^2+4)\sqrt{x+2} - 4 \cdot \frac{2}{5} \cdot (x+2)^{\frac{5}{2}} + 8 \cdot$ $\frac{2}{3} \cdot (x+2)^{\frac{3}{2}} + C = 2(x^2+4)\sqrt{x+2} - \frac{8}{5} \cdot (x+2)^2 \sqrt{x+2} + \frac{16}{3} \cdot (x+2)\sqrt{x+2} + C$	2p
		3p