

**Examenul național de bacalaureat 2026**

**Proba E. c)**

**Matematică *M<sub>st-nat</sub>***

**Simulare**

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                                                                         |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5p | 1. Determinați termenul $a_7$ al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că $a_2 = 3$ și $a_5 = 12$ .                                                                         |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = x^2 - 6$ . Determinați numerele reale $a$ pentru care punctul $A(a, a)$ este situat pe graficul funcției $f$ . |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} + 2 \cdot 3^x = 45$ .                                                                                                         |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 5.                                                           |
| 5p | 5. Să se determine valoarea numărului real $a$ , știind că vectorii $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$ și $\vec{u} = a \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$ sunt perpendiculari. |
| 5p | 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului $ABC$ , știind că $BC = 9$ și că măsura unghiului $A$ este de $120^\circ$ .                                                         |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                                                                        |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5p | 1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$ , unde $a \in \mathbb{Z}$ . |
| 5p | a) Calculați $A^2 - 3A$ .                                                                                                                                                              |
| 5p | b) Demonstrați că $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + 3ab)$ , oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}$ .                                                                                           |
| 5p | c) Arătați că $X(a)$ este matrice inversabilă pentru orice $a \in \mathbb{Z}$ .                                                                                                        |
|    | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$ .                                                                           |
| 5p | a) Arătați că $x \circ y = 2(x - 1)(y - 1) + 1$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ .                                                                                               |
| 5p | b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.                                                                                                                    |
| 5p | c) Determinați numerele reale $a$ , pentru care $a \circ a \circ a = a$ .                                                                                                              |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                             |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5p | 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = x - \frac{1}{x+1}$ .                      |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{(x+1)^2}$ , $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ .                                        |
| 5p | b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de abscisă $x = 0$ , situat pe graficul funcției $f$ . |
| 5p | c) Demonstrați că $f(x) + f(x^2) \geq 1$ oricare ar fi $x \in (1, \infty)$ .                                                |
|    | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = \frac{2x - x^2}{e^x}$ .                            |



5p

1) Arătați că funcția  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \frac{x^2}{e^x}$ , este o primitivă a funcției  $f$ .

5p

2) Arătați că orice primitivă a funcției  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $(0; 2)$ .

5p

3) Arătați că funcția  $F$  este concavă pe intervalul  $(1; 3)$ .

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică M\_șt-nat

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

| SUBIECTUL I |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | (30 de puncte) |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 1.          | $a_5 = a_2 + 3r$ , deci $r = 3$<br>$a_7 = a_5 + 2r = 12 + 6 = 18$                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 3p<br>2p       |
| 2.          | $f(a) = a \Leftrightarrow a^2 - 6 = a \Leftrightarrow a^2 - a - 6 = 0$<br>$a = -2$ sau $a = 3$ .                                                                                                                                                                                                                                                             | 3p<br>2p       |
| 3.          | $3^x \cdot 3 + 2 \cdot 3^x = 45 \Leftrightarrow 3^x(3 + 2) = 45 \Leftrightarrow$<br>$3^x = 9 \Rightarrow x = 2$                                                                                                                                                                                                                                              | 3p<br>2p       |
| 4.          | Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile.<br>În mulțimea numerelor naturale de două cifre, cele divizibile cu 5 sunt $5 \cdot 2, 5 \cdot 3, \dots, 5 \cdot 19$ , deci sunt 18 cazuri favorabile.<br>$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$ | 3p<br>2p       |
| 5.          | $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow 2 \cdot a + 3 \cdot 4 = 0$<br>$2a = -12 \Rightarrow a = -6$                                                                                                                                                                                                                                                           | 3p<br>2p       |
| 6.          | $\frac{BC}{\sin 120^\circ} = 2R, R = \frac{BC}{2 \sin 120^\circ}$<br>$R = \frac{9}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$                                                                                                                                                                                                             | 3p<br>2p       |

| SUBIECTUL al II -lea |                                                                                                                                                                                                                                                                    | (30 de puncte) |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 1.a.                 | $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$<br>$3A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -6 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 - 3A = O_2$                   | 3p<br>2p       |
| 1.b.                 | $X(a) \cdot X(b) = (I_2 + aA) \cdot (I_2 + bA) = I_2 + bA + aA + abA^2 =$<br>$I_2 + aA + bA + 3abA = I_2 + (a + b + 3ab)A = X(a + b + 3ab)$                                                                                                                        | 2p<br>3p       |
| 1.c.                 | $X(a) = I_2 + aA = \begin{pmatrix} 1+a & -a \\ -2a & 1+2a \end{pmatrix}, \det X(a) = 1 + 3a$<br>$X(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det X(a) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq -\frac{1}{3}$<br>Deci, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$ , $X(a)$ este inversabilă | 2p<br>3p       |
| 2.a.                 | $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 2 + 1 =$<br>$= 2x(y - 1) - 2(y - 1) + 1 = 2(x - 1)(y - 1) + 1$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$                                                                                                                                 | 2p             |

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |          |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 3p       |
| 2.b. | $x \circ e = 2(x-1)(e-1) + 1 = (e-1)(x-1) + 1 = e \circ x$ , pentru orice număr real $x$<br>$x \circ e = x \Leftrightarrow 2(x-1)(e-1) + 1 = x \Rightarrow 2(x-1)(e-1) - (x-1) = 0 \Rightarrow (x-1)(2e-3) = 0$<br>pentru orice număr real $x$ , deci $e = \frac{3}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”. | 2p<br>3p |
| 2.c. | $a \circ a = 2(a-1)^2 + 1, a \circ a \circ a = 2^2(a-1)^3 + 1$<br>$2^2(a-1)^3 + 1 = a \Rightarrow (a-1)(2^2(a-1)^2 - 1) = 0 \Rightarrow a-1 = 0$ sau $4(a-1)^2 = 1$ de unde<br>$a = 1$ sau $a = \frac{1}{2}$ sau $a = \frac{3}{2}$                                                                                                | 2p<br>3p |

| SUBIECTUL al III -lea |                                                                                                                                                                                                                                                                                | (30 de puncte) |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 1.a.                  | $f'(x) = \left( \frac{x^2 + x - 1}{x+1} \right)' = \frac{(2x+1)(x+1) - (x^2 + x - 1)}{(x+1)^2}$<br>$f'(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{(x+1)^2}$                                                                                                                                      | 3p<br>2p       |
| 1.b.                  | $f(0) = -1, f'(0) = 2$<br>Ecuația tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ adică $y = 2x - 1$ .                                                                                                                                                                                | 2p<br>3p       |
| 1.c.                  | $f'(x) > 0$ oricare ar fi $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ deci $f$ este strict crescătoare pe $\mathbb{R} - \{-1\}$<br>Pentru orice $x > 1$ avem $x^2 > 1$ deci $f(x) > f(1)$ și $f(x^2) > f(1)$ de unde obținem că<br>$f(x) + f(x^2) > 2 \cdot f(1)$ adică $f(x) + f(x^2) \geq 1$ | 2p<br>3p       |
| 2.a.                  | $F'(x) = \frac{2x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x(2x - x^2)}{(e^x)^2} = \frac{2x - x^2}{e^x}$ , pentru orice $x$ număr real<br>$F'(x) = f(x)$ pentru orice $x$ număr real, deci funcția $F$ este primitivă a funcției $f$                                      | 3p<br>2p       |
| 2.b.                  | Dacă $G$ este o primitivă oarecare a lui $f$ , atunci $G'(x) = \frac{2x - x^2}{e^x}$ .<br>$2x - x^2 > 0$ pentru $x \in (0; 2)$ ; deci $G'(x) > 0$ pe $(0; 2)$ ceea ce implică faptul că $G$ este strict crescătoare pe intervalul $(0; 2)$                                     | 2p<br>3p       |
| 2.c.                  | $F''(x) = \frac{(2 - 2x)e^x - (2x - x^2)e^x}{(e^x)^2} = \frac{2 - 4x + x^2}{e^x}$<br>$2 - 4x + x^2 < 0$ pentru $x \in (1; 3)$ ceea ce implică faptul că $F$ este concavă pe intervalul $(1; 3)$                                                                                | 2p<br>3p       |