



Examenul național de bacalaureat 2026 – simulare județeană
Proba E. c)
Matematică M_șt-nat

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Arătați că $\log_2 3$, $\log_2 6$ și $\log_2 12$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. |
| 5p | 2. Determinați numărul real a , pentru care graficele funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 9$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x + a$ se intersectează într-un punct de abscisă $x = 1$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $\{\sqrt{n} / n \in \mathbb{N}, n < 100\}$ acesta să fie rațional. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(0,1)$ și M , mijlocul segmentului AB . Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul M și este perpendiculară pe dreapta AB . |
| 5p | 6. Calculați perimetrul triunghiului ABC , știind că $B = \frac{\pi}{3}$, $BA = 2$ și $BC = 5$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 2x \\ 2x & -4x+1 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$, $X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | a) Arătați că $\det(A(1)) = -4$. |
| 5p | b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y-5xy)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$. |
| 5p | c) Determinați perechea de numere naturale nenule (m, n) pentru care $A(m) \cdot A(n) = A(-3mn)$. |
| | 2. Pe mulțimea $G = (1, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = 1 + \frac{(x-1)(y-1)}{16}$. |
| 5p | a) Arătați $1 \circ 2025 = 1$. |
| 5p | b) Arătați că $e = 17$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”. |
| 5p | c) Demonstrați că funcția bijectivă $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(t) = \log_2(t-1) - 4$ verifică relația $f(x \circ y) = f(x) + f(y)$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x} + \ln x$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)(2x+3)}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$. |
| 5p | b) Determinați $a \in (0, +\infty)$ astfel încât tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a, f(a))$ să fie paralelă cu dreapta $y = 2x + 1$. |
| 5p | c) Arătați că $f(x) + f(y) \geq 10$, $\forall x, y \in [1, +\infty)$. |



2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + x + 1) \cdot e^x$

5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) \cdot e^{-x} dx = \frac{11}{6}$.

5p b) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 f(x) dx = a \cdot e - 2$.

5p c) Se consideră funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, o primitivă a funcției f . Arătați că graficul funcției F are două puncte de inflexiune.

Succes!

Examenul național de bacalaureat 2026 – simulare județeană
Proba E. c)
Matematică M_șt-nat
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE
Filiera teoretică: profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	$\log_2 3 + \log_2 12 = \log_2 36 = \log_2 6^2$ $= 2 \log_2 6$, deci numerele date sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.	3p 2p
2.	$f(1) = g(1) \Leftrightarrow 1^2 - 4 \cdot 1 + 9 = 1 + a \Leftrightarrow 6 = 1 + a$ $a = 5$	3p 2p
3.	$3^{x-2} = 3^{-\sqrt{x}} \Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{x}$ Cu notația $\sqrt{x} = t, t \geq 0$, ecuația devine $t^2 + t - 2 = 0$ Obținem $t_1 = 1$, care convine, și $t_2 = -2$, care nu convine. $\sqrt{x} = 1$, singura soluție a ecuației inițiale este $x = 1$.	1p 2p 1p 1p
4.	Sunt 100 numere naturale mai mici decât 100, deci sunt 100 cazuri posibile Numerele naturale n cu proprietatea $\sqrt{n} \in \mathbb{Q}$ sunt: 0,1,4,9,16,25,36,49,64,81, deci sunt 10 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	1p 2p 2p
5.	$m_{AB} = -1$ și, cum $d \perp AB$, obținem $m_d = 1$. $M(-1, 2)$ și, cum $M \in d$, obținem că ecuația dreptei d este $y - 2 = 1 \cdot (x + 1)$, adică $y = x + 3$	2p 3p
6.	$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$, $AC^2 = 4 + 25 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}$. $AC = \sqrt{19}$ și perimetrul P este egal cu $7 + \sqrt{19}$.	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1.	a) $\det(A(1)) = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0 \cdot (-3) - 2 \cdot 2$ $= 0 - 4 = -4$	3p 2p
	b) $A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1-x & 2x \\ 2x & -4x+1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-y & 2y \\ 2y & -4y+1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} (1-x)(1-y) + 4xy & (1-x) \cdot 2y + 2x \cdot (-4y+1) \\ 2x \cdot (1-y) + (-4x+1) \cdot 2y & 4xy + (-4x+1) \cdot (-4y+1) \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 1-(x+y-5xy) & 2 \cdot (x+y-5xy) \\ 2 \cdot (x+y-5xy) & -4(x+y-5xy)+1 \end{pmatrix} = A(x+y-5xy)$	3p 2p

	c) $A(m) \cdot A(n) = A(m+n-5mn)$ $A(m+n-5mn) = A(-3mn) \Leftrightarrow m+n-5mn = -3mn \Leftrightarrow m+n-2mn = 0$ Cum m și n sunt numere naturale nenule, $m+n=2mn \Rightarrow (m,n)=(1,1)$	3p 2p
2.	a) $1 \circ 2025 = 1 + \frac{(1-1)(2025-1)}{16} =$ $= 1 + 0 = 1$	3p 2p
	b) $x \circ 17 = 1 + \frac{(x-1)(17-1)}{16} = x, \forall x \in G$ $17 \circ x = 1 + \frac{(17-1)(x-1)}{16} = x, \forall x \in G$, deci $e = 17$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.	3p 2p
	c) $f(x \circ y) = \log_2 \left(1 + \frac{(x-1)(y-1)}{16} - 1 \right) - 4 = \log_2 \left(\frac{(x-1)(y-1)}{16} \right) - 4$ $\log_2(x-1)(y-1) - \log_2 16 - 4 = \log_2(x-1) - 4 + \log_2(y-1) - 4 = f(x) + f(y)$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1.	a) $f'(x) = \frac{(2x^2+3)' \cdot x - (2x^2+3) \cdot x'}{x^2} + (\ln x)' =$ $= \frac{2x^2-3}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{2x^2+x-3}{x^2} = \frac{(x-1)(2x+3)}{x^2}, x \in \mathbb{R}$	2p 3p
	b) Tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a, f(a))$ este paralelă cu dreapta $d: y = 2x + 1 \Leftrightarrow f'(a) = 2$, deci $\frac{2a^2+a-3}{a^2} = 2$ Obținem $a = 3$	3p 2p
	c) $f'(x) \geq 0, \forall x \in [1, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$ Pentru $\forall x \in [1, +\infty) \Rightarrow f(x) \geq f(1) = 5 \Rightarrow f(x) + f(y) \geq 10$	3p 2p
	2. a) $\int f(x) \cdot e^{-x} dx = \int (x^2 + x + 1) dx =$ $= \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right) \Big _0^1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{11}{6}$	2p 3p
	b) $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + x + 1) \cdot e^x dx = (x^2 + x + 1) \cdot e^x \Big _0^1 - \int_0^1 (2x + 1) \cdot e^x dx =$ $= (3e - 1) - \left((2x + 1) \cdot e^x \Big _0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx \right) = 2e - 2$ $a = 2$	2p 3p
	c) Dacă F este o primitivă a funcției f , atunci F -derivabilă și $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ $F''(x) = f'(x) = e^x \cdot (x^2 + 3x + 2), F''(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -2, x_2 = -1$ Cum $F''(x) \geq 0, \forall x \in (-\infty, -2] \cup [-1, +\infty)$, deci F -este convexă pe $(-\infty, -2] \cup [-1, +\infty)$ Cum $F''(x) \leq 0, \forall x \in [-2, -1]$, deci F este concavă pe $[-2, -1]$ $x_1 = -2, x_2 = -1$ -puncte de inflexiune	1p 3p 1p

