



EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT 2026

Proba E.c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
Decembrie 2025

SIMULARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Arătați că numerele $\log_3 2$, $\log_3 10$ și $\log_3 50$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
5p	2. Determinați numărul real m pentru care graficele funcțiilor $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + m$ și $g(x) = x + 2$ se intersectează într-un punct de abscisă 1.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x - \sqrt{2 - x} = 0$.
5p	4. Aflați probabilitatea ca, atunci când alegem la întâmplare un număr natural de două cifre, raportul dintre cifra zecilor și cifra unităților numărului ales să fie egal cu 2.
5p	5. În raport cu un reper cartezian xOy , vârfurile triunghiului ABC au coordonatele $A(-1, 1)$, $B(2, 1)$ și $C(0, -3)$. Determinați ecuația medianei din A a triunghiului ABC .
5p	6. În triunghiul ABC se cunosc $AC = 6$, $BC = 2\sqrt{6}$ și $B = \frac{\pi}{3}$. Demonstrați că $A = \frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	a) Arătați că $A^2 = 2A - I_2$.
5p	b) Demonstrați că matricea A este inversabilă și aflați inversa sa.
5p	c) Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $AX = B$.
	2. Fie m un număr real. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ a numerelor reale se consideră legea de compoziție $x \circ y = m \cdot x + y + 1, \text{ oricare ar fi } x, y \in \mathbb{R}.$
5p	a) Dacă $m = -1$, arătați că $2026 \circ 2025 = 0$.
5p	b) Determinați numărul real m știind că legea de compoziție este asociativă.
5p	c) Pentru $m = 2$ rezolvați, în mulțimea numerelor reale, inecuația $2^x \circ 4^x \geq 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 4) \ln(x - 1)$.
5p	a) Arătați că $f'(2) = 0$.
5p	b) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
5p	c) Demonstrați că $f(x) \geq 0$, oricare ar fi numărul $x \in (1, \infty)$.
	2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 2x + 3$ și $F(x) = e^x + x^2 + 3x - 3$.
5p	a) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .
5p	b) Demonstrați că $F(-1) < F\left(-\frac{1}{2}\right)$.
5p	c) Determinați primitiva G a funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = xf(x) + F(x)$ cu proprietatea că originea reperului cartezian xOy este punct al graficului funcției G .



EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2026

Proba E.c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Decembrie 2025

SIMULARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\log_3 2 + \log_3 50 = \log_3 100$ $2 \cdot \log_3 10 = \log_3 10^2 = \log_3 100$ Concluzia: $\log_3 2, \log_3 10, \log_3 50$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.	2p 2p 1p
2.	$P(1, a) \in G_f \cap G_g$ $g(1) = a$ implică $a = 3$ $f(1) = 3$ implică $m = 3$.	1p 2p 2p
3.	Din $x = \sqrt{2-x}$ rezultă că $x^2 + x - 2 = 0$ Deducem că $x \in \{1, -2\}$ Convine doar valoarea $x = 1$.	2p 1p 2p
4.	Există 90 de numere de două cifre Există 4 numere de forma $\overline{ab}$ cu $a = 2b$ (21, 42, 63, 84) Probabilitatea este $\frac{4}{90} = \frac{2}{45}$	2p 2p 1p
5.	Mijlocul segmentului BC este punctul $M(1, -1)$ Ecuația dreptei căutate este $AM : x + y = 0$.	2p 3p
6.	Folosind teorema sinusurilor obținem $\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Rezultă că $A \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$ Cazul $A = \frac{3\pi}{4}$ nu convine, deoarece $A + B > \pi$, deci $A = \frac{\pi}{4}$.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. a)	$A^2 = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$ $2A - I_2 = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$, deci se verifică egalitatea din enunț	2p 3p
b)	$\det(A) = 5 \cdot (-3) + 16 = 1 \neq 0$, deci matricea A este inversabilă $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$	2p 3p



	Notă. Din egalitatea de la punctul a), $(2I_2 - A) \cdot A = I_2$, deci A este inversabilă, având inversa $2I_2 - A$	
c)	Cum matricea A este inversabilă, avem $X = A^{-1}B$ $X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$	3p 2p
2. a)	Pentru $m = -1$, obținem $x \circ y = -x + y + 1$ $2026 \circ 2025 = -2026 + 2025 + 1 = 0$	2p 3p
b)	$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$ $(x \circ y) \circ z = (mx + y + 1) \circ z = m^2x + my + z + (m + 1)$ și $x \circ (y \circ z) = mx + my + z + 2$ Rezultă că $m = 1$.	2p 2p 1p
c)	Pentru $m = 2$, inecuația devine $2 \cdot 2^x + 4^x \geq 3$ Notând $2^x = t, t > 0$, rezultă că $t^2 + 2t - 3 \geq 0, t > 0$, de unde $t \in [1, \infty)$ Obținem că $x \in [0, \infty)$.	1p 2p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = 2x \ln(x-1) + \frac{x^2 - 4}{x-1}$ $f'(2) = 0$	3p 2p
b)	$\lim_{x \searrow 1} f(x) = (-3)(-\infty) = \infty$ Ecuația asimptotei verticale (la dreapta) la graficul funcției f este $x = 1$.	3p 2p
c)	Pentru $x \geq 2$ avem $x^2 - 4 \geq 0, \ln(x-1) \geq \ln 1 = 0$, deci $f(x) \geq 0$ Pentru $x \in (1, 2)$ avem $x^2 - 4 < 0, \ln(x-1) < \ln 1 = 0$, deci $f(x) > 0$. Notă. Deoarece funcția f este derivabilă pe $(1, \infty)$, $f'(x) < 0$, pentru orice $x \in (1, 2)$, $f'(x) > 0$, pentru orice $x \in (2, \infty)$, rezultă că $x = 2$ este punct de minim global. Cum $f(2) = 0$, concluzia se impune.	3p 2p
2. a)	$F'(x) = e^x + 2x + 3 = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ Cum F este derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $F' = f$, înseamnă că F este o primitivă a funcției f .	3p 2p
b)	Observăm că $f(x) > 0, \forall x \in [-1, \infty)$, deci funcția F este strict crescătoare (cel puțin) pe $[-1, \infty)$ Cum $-1 < -\frac{1}{2}$, rezultă că $F(-1) < F\left(-\frac{1}{2}\right)$ Notă. Se poate proceda prin calcul direct: $F(-1) = \frac{1}{e} - 5, F\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{e}} - \frac{17}{4}$, iar inegalitatea cerută revine la $4 < 4\sqrt{e} + 3e$, fapt evident adevărat.	3p 2p
c)	$g(x) = x \cdot F'(x) + F(x) = (x \cdot F(x))'$, deci o primitivă a funcției g are legea de corespondență de forma $G(x) = x \cdot F(x) + C, \forall x \in \mathbb{R}$, unde C este o constantă reală Din condiția $G(0) = 0$, obținem că $C = 0$.	3p 2p