

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E.c)

Matematică *M_șt-nat*

Simulare

Filieră teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Determinați $x \in \mathbb{R}$ dacă numerele 3, $x + 1$, 12 sunt în progresie geometrică. |
| 5p | 2. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 4$. Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că punctul $A(a, a + 2)$ aparține graficului f . |
| 5p | 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x + 13} = x + 1$. |
| 5p | 4. Determinați termenul al șaptelea al dezvoltării $\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9$. |
| 5p | 5. Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{v} = (m - 1)\vec{i} + (2m - 1)\vec{j}$ să fi coliniari. |
| 5p | 6. Dacă $E(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sin\left(\frac{x}{3}\right)$, calculați $E\left(\frac{3\pi}{2}\right)$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

- | | |
|----|---|
| | 1. Fie matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 + 4x & 6x \\ -2x & 1 - 3x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$. |
| 5p | a) Arătați că $\det A(0) = 1$. |
| 5p | b) Demonstrați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y + xy)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$. |
| 5p | c) Determinați $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $A(2^x) \cdot A(2^{-x}) = A(3)$. |
| | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă |
| | $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$ |
| 5p | a) Să se arate că $x \circ y = 2(x - 3)(y - 3) + 3$. |
| 5p | b) Calculați $1 \circ 2 \circ 3 \circ 4 \circ \dots \circ 2026$. |
| 5p | c) Determinați perechile (a, b) de numere întregi astfel încât $a \circ b = 7$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

- | | |
|----|---|
| | 1. Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{2 - \ln x}{4x\sqrt{x}}$. |
| 5p | b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în $x_0 = 1$. |
| 5p | c) Demonstrați că $0 \leq f(x) \leq \frac{1}{e}$, $\forall x \geq 1$. |

-
2. Fie funcția $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$.
- 5p a) Calculați $\int \frac{f(x)}{\sqrt{\ln x}} dx, x > 1$.
- 5p b) Determinați o primitivă a funcției f cu proprietatea $F(e) = 0$.
- 5p c) Arătați că $\int_1^e x^3 f^2(x) dx = \frac{e^2 + 1}{4}$

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E.c)

Matematică *M_șt-nat*

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Simulare

Filieră teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- a) Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- b) Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem
- c) Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I		
1.	$b_1 = 3, b_2 = x + 1, b_3 = 12 \Rightarrow b_3 = b_1 q^2 \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q_1 = 2, q_2 = -2$ $\Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -7$	3 2
2.	$f(a) = a + 2 \Leftrightarrow a^2 - 2a + 4 = a + 2 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0$ $\Rightarrow a \in \{1, 2\}$	3 2
3.	Condiții de existență $x + 13 \geq 0, x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \in [-1, \infty)$ $\sqrt{x + 13} = x + 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0$ $\Rightarrow x_1 = 3 \in [-1, \infty), x_2 = -4 \notin [-1, \infty) \Rightarrow S = \{3\}$	3 2
4.	$T_7 = T_{6+1} = C_9^6 x^3 \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6 =$ $= C_9^6 = 84$	3 2
5.	$\vec{u}, \vec{v} - \text{coliniari} \Leftrightarrow \frac{2}{m-1} = \frac{-1}{2m-1}$ $\Rightarrow m = \frac{3}{5}$	3 2
6.	$E\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \cos \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{2} =$ $= -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$	3 2

Proba scrisă la matematică *M_șt-nat*

Barem de evaluare și de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL al II-lea		
1.a	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ $A(0) = 1$	3 2
1.b	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1+4x & 6x \\ -2x & 1-3x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1+4y & 6y \\ -2y & 1-3y \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1+4(x+y+xy) & 6(x+y+xy) \\ -2(x+y+xy) & 1-3(x+y+xy) \end{pmatrix} = A(x+y+xy)$	3 2
1.c	$A(2^x) \cdot A(2^{-x}) = A(3) \Rightarrow A(2^x + 2^{-x} + 1) = A(3) \Rightarrow$ $2^x + 2^{-x} = 2 \Rightarrow 2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 1 = 0 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0$	3 2
2.a	$x \circ y = 2x(y-3) - 6(y-3) + 3$ $\Rightarrow x \circ y = 2(x-3)(y-3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$	3 2
2.b	$x \circ 3 = 3 \circ x = x \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ „o” asociativă $(1 \circ 2) \circ 3 \circ (4 \circ \dots \circ 2026) =$ $= a \circ 3 \circ b = (a \circ 3) \circ b = 3 \circ b = 3$	3 2
2.c	$a \circ b = 7 \Leftrightarrow (a-3)(b-3) = 2$ $(a, b) \in \{(4,5), (5,4), (2,1), (1,2)\}$	2 3

SUBIECTUL al III-lea		
1.a	$f'(x) = \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} \right)' = \frac{(\ln x)' 2\sqrt{x} - (2\sqrt{x})' \ln x}{(2\sqrt{x})^2} =$ $\frac{\frac{1}{x} 2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \ln x}{(2\sqrt{x})^2} = \frac{2 - \ln x}{4x\sqrt{x}}$	2 3
1.b	$f(1) = 0, \quad f'(x) = \frac{1}{2}, \quad y - f(1) = f'(1)(x - 1) \Leftrightarrow$ Ecuția tangentei în punctul $x_0 = 1$ este $x - 2y - 1 = 0$	3 2
1.c	f continuă pe $(0, \infty)$. $f(x) = 0 \Rightarrow x = e^2$. $f'(x) \geq 0$ dacă $x \in (0, e^2] \Rightarrow f$ strict crescătoare pe $(0, e^2]$ și $f'(x) \leq 0$ dacă $x \in [e^2, \infty) \Rightarrow f$ strict descrescătoare pe $[e^2, \infty)$	3

	$f(1) = 0, f(e^2) = \frac{1}{e}, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq \frac{1}{e}, \forall x \geq 1$	2
2.a	$\int \frac{f(x)}{\sqrt{\ln x}} dx = \int \frac{\sqrt{\ln x}}{x\sqrt{\ln x}} dx = \int \frac{1}{x} dx =$ $\ln x + C = \ln x + C$	3 2
2.b	$F(x) = \int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx, u(x) = \ln x \Rightarrow F(x) = \frac{2}{3}(\ln x)^{\frac{3}{2}} + C$ $F(e) = \frac{2}{3} + C \Rightarrow F(e) = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{2}{3} \Rightarrow F(x) = \frac{2}{3}(\ln x)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}$	3 2
2.c	$\int_1^e x^3 f^2(x) dx = \int_1^e x \ln x dx = \int_1^e \left(\frac{x^2}{2}\right)' \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \int_1^e x dx =$ $= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \Big _1^e = \frac{e^2 + 1}{4}$	3 2