

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $4\sqrt{5} - \sqrt{75} + \sqrt{108} - \sqrt{3} + \sqrt{25} - \sqrt{80} = 5$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , pentru care $f(1) = 8$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1} = x$. |
| 5p | 4. Determinați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 și 9. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = x - 2$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a dreptei d cu axa Ox . |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 6$, $AC = 8$ și $BC = 10$. Calculați aria triunghiului ABC . |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + x + y$. |
| 5p | 1. Arătați că $(-1) * 3 = -1$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $x * y = (x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 3. Verificați dacă $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”. |
| 5p | 4. Verificați dacă $-\frac{1}{2}$ este simetricul lui 1 în raport cu legea de compoziție „*”. |
| 5p | 5. Determinați numerele reale x , știind că $x * x * x = x$. |
| 5p | 6. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice relația $n * n = 3$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1-2a & 2a \\ -3a & 1+3a \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(0)) = 1$. |
| 5p | 2. Arătați că $A(1) + A(5) = 2A(3)$. |
| 5p | 3. Arătați că $A(1) \cdot A(2) = A(5)$. |
| 5p | 4. Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă. |
| 5p | 5. Demonstrați că $A(a) \cdot A(-1) = A(-1) \cdot A(a) = A(-1)$, pentru orice număr real a . |
| 5p | 6. Determinați numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n^4)) < 32$. |

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$4\sqrt{5} - 5\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - \sqrt{3} + 5 - 4\sqrt{5} =$ $= (4\sqrt{5} - 4\sqrt{5}) + (-5\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - \sqrt{3}) + 5 = 5$	3p 2p
2.	$f(1) = 1 + a$ $1 + a = 8 \Leftrightarrow a = 7$	2p 3p
3.	$2x - 1 = x^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$ $x = 1$, care convine	2p 3p
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 9 moduri Cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 8 moduri, deci se pot forma $9 \cdot 8 = 72$ de numere	2p 3p
5.	Dreapta d intersectează axa $Ox \Rightarrow y = 0$ $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$	2p 3p
6.	$AB^2 + AC^2 = 100 = BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ este dreptunghic în A $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-1) * 3 = (-1) \cdot 3 + (-1) + 3 =$ $= -3 - 1 + 3 = -1$	3p 2p
2.	$x * y = xy + x + y + 1 - 1 =$ $= x(y + 1) + (y + 1) - 1 = (x + 1)(y + 1) - 1$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
3.	$x * 0 = (x + 1)(0 + 1) - 1 = x + 1 - 1 = x$, pentru orice număr real x $0 * x = (0 + 1)(x + 1) - 1 = x + 1 - 1 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”	3p 2p
4.	$1 * \left(-\frac{1}{2}\right) = (1 + 1)\left(-\frac{1}{2} + 1\right) - 1 = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$ $\left(-\frac{1}{2}\right) * 1 = \left(-\frac{1}{2} + 1\right)(1 + 1) - 1 = \frac{1}{2} \cdot 2 - 1 = 0$, deci $-\frac{1}{2}$ este simetricul lui 1 în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”	2p 3p
5.	$x * x = (x + 1)^2 - 1$, $x * x * x = (x + 1)^3 - 1$, unde x este număr real $(x + 1)^3 - 1 = x \Leftrightarrow x(x + 1)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ sau $x = -1$ sau $x = 0$	2p 3p
6.	Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile $(n + 1)^2 - 1 = 3$ și, cum n este număr natural, obținem $n = 1$, deci este 1 caz favorabil $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{1}{10}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$	3p 2p
2.	$A(1) + A(5) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 & 10 \\ -15 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 12 \\ -18 & 20 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -9 & 10 \end{pmatrix} = 2A(3)$	2p 3p
3.	$A(1) \cdot A(2) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -6 & 7 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} -9 & 10 \\ -15 & 16 \end{pmatrix} = A(5)$	2p 3p
4.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 1-2a & 2a \\ -3a & 1+3a \end{vmatrix} = (1-2a)(1+3a) - (-3a)2a = 1+a, \text{ unde } a \text{ este număr real}$ Matricea $A(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(A(a)) \neq 0$, deci $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$	3p 2p
5.	$A(a) \cdot A(-1) = \begin{pmatrix} 1-2a & 2a \\ -3a & 1+3a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = A(-1), \text{ pentru orice număr real } a$ $A(-1) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-2a & 2a \\ -3a & 1+3a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = A(-1), \text{ pentru orice număr real } a$	3p 2p
6.	$\det(A(n^4)) = 1 + n^4$ $1 + n^4 < 32 \Leftrightarrow n^4 < 31$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n = 1$ sau $n = 2$	2p 3p