

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 2$ și $a_3 = 8$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 5$. Determinați numărul real m pentru care $f(m) = f(1) + f(-1)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 + 4) = 3$.
- 5p 4. Un obiect costă 2000 de lei. Determinați prețul obiectului după ce acesta se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(-1,1)$, $C(-1,-1)$ și $D(1,-1)$. Calculați perimetrul patrulaterului $ABCD$.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$ și $BC = 4\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 2xy - 8(x + y) + 36$.
- 5p 1. Arătați că $0 * 4 = 4$.
- 5p 2. Demonstrați că $x * y = 2(x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Verificați dacă $e = \frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $(x - 1) * (x + 1) = 10$.
- 5p 5. Determinați numerele reale x pentru care $3^{x^2} * 3^{x^2} * 3^{x^2} = 0$.
- 5p 6. Dați exemplu de numere raționale p și q , care nu sunt întregi, pentru care numărul $p * q$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ și $B(b) = \begin{pmatrix} 2 & b \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p 1. Arătați că $\det(A(3)) = 2$.
- 5p 2. Arătați că $A(2) \cdot B(2) = 2(A(2) + B(2))$.
- 5p 3. Determinați inversa matricei $A(1)$.
- 5p 4. Demonstrați că $\det(A(a) + B(b)) = \det(A(a)) + \det(B(b))$ dacă și numai dacă $a = b$.
- 5p 5. Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $C(a) = B(a) \cdot A(a)$ este inversabilă.
- 5p 6. Determinați numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n)) > n^2 - 7$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$S_3 = \frac{(a_1 + a_3) \cdot 3}{2} = \frac{(2+8) \cdot 3}{2} = 15$	3p 2p
2.	$m + 5 = 1 + 5 + (-1) + 5$ $m = 5$	3p 2p
3.	$x^2 + 4 = 2^3 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$ $x = -2$ sau $x = 2$, care convin	3p 2p
4.	După prima scumpire cu 10%, prețul obiectului este $2000 + 10\% \cdot 2000 = 2200$ de lei După a doua scumpire cu 10%, prețul obiectului este $2200 + 10\% \cdot 2200 = 2420$ de lei	3p 2p
5.	$AB = BC = CD = DA = 2$ $P_{ABCD} = 4 \cdot 2 = 8$	3p 2p
6.	$AB = AC = 4$ $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$0 * 4 = 2 \cdot 0 \cdot 4 - 8(0 + 4) + 36 = 0 - 32 + 36 = 4$	3p 2p
2.	$x * y = 2xy - 8x - 8y + 32 + 4 = 2x(y - 4) - 8(y - 4) + 4 = 2(x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
3.	$x * \frac{9}{2} = 2(x - 4)\left(\frac{9}{2} - 4\right) + 4 = x - 4 + 4 = x$, pentru orice număr real x $\frac{9}{2} * x = 2\left(\frac{9}{2} - 4\right)(x - 4) + 4 = x - 4 + 4 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = \frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”	2p 3p
4.	$2(x - 1 - 4)(x + 1 - 4) + 4 = 10 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0$ $x = 2$ sau $x = 6$	3p 2p
5.	$3^{x^2} * 3^{x^2} = 2(3^{x^2} - 4)^2 + 4$, $3^{x^2} * 3^{x^2} * 3^{x^2} = 4(3^{x^2} - 4)^3 + 4$, unde x este număr real $(3^{x^2} - 4)^3 = -1 \Leftrightarrow 3^{x^2} = 3$, de unde obținem $x = -1$ sau $x = 1$	2p 3p
6.	$p * q \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 2(p - 4)(q - 4) \in \mathbb{Z}$; de exemplu, $p - 4 = \frac{3}{2}$, $q - 4 = \frac{2}{3}$ $p = \frac{11}{2} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$, $q = \frac{14}{3} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ și $p * q = 6$, care este număr întreg	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(3) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(3)) = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 =$ $= 6 - 4 = 2$	3p 2p
2.	$A(2) \cdot B(2) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$ $2(A(2) + B(2)) = 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$, deci $A(2) \cdot B(2) = 2(A(2) + B(2))$	2p 3p
3.	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -2$ $A^{-1}(1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	2p 3p
4.	$\det(A(a) + B(b)) = \begin{vmatrix} a+2 & 2+b \\ 4 & 4 \end{vmatrix} = 4a - 4b$, $\det(A(a)) + \det(B(b)) = 2a - 2b$ $4a - 4b = 2a - 2b \Leftrightarrow a = b$	3p 2p
5.	$C(a) = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4a & 4+2a \\ 2a+4 & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(C(a)) = \begin{vmatrix} 4a & 4+2a \\ 2a+4 & 8 \end{vmatrix} = -4a^2 + 16a - 16$ Matricea $C(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(C(a)) \neq 0$, de unde obținem $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$	3p 2p
6.	Cum $\det(A(n)) = 2n - 4$, obținem $2n - 4 > n^2 - 7 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 3 < 0$ $n \in (-1, 3)$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n = 1$ sau $n = 2$	2p 3p