

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $5 - 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 2$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4 + 2x} = 2$.
- 5p** 4. Un produs costă 90 de lei. Determinați prețul produsului după o scumpire cu 10%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,0)$ și $M(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul M este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , în care măsura unghiului C este egală cu 30° și $AB = 3$. Arătați că $BC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p** b) Arătați că $A + 2B = 3C$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B \cdot C + x(A - C)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x + 2y)(y + 2x) + 2$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 1 = 11$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x * 0 = 4$.
- 5p** c) Demonstrați că $x * \frac{1}{x} > 7$, pentru orice număr real nenul x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 1$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 10x^2(x^2 + 2x - 3)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3 \geq 0$, pentru orice $x \in [-3, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x + \frac{2}{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{2}{x+1}\right) dx = 12$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 6x) dx = 2 \ln 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^e \left(f(x) - \frac{2}{x+1}\right) \cdot \ln^2 x dx = \frac{a(e^2 - 1)}{2}$.

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$5 - 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 5 - 3 \cdot \frac{4}{3} =$ $= 5 - 4 = 1$	3p 2p
2.	$f(a) = a - 4$ $a - 4 = 2$, de unde obținem $a = 6$	2p 3p
3.	$4 + 2x = 4$ $x = 0$, care convine	3p 2p
4.	$\frac{10}{100} \cdot 90 = 9$ lei Prețul după scumpire este $90 + 9 = 99$ de lei	3p 2p
5.	$a = \frac{1+5}{2}$, $b = \frac{4+0}{2}$ $a = 3$, $b = 2$	3p 2p
6.	$\sin C = \frac{AB}{BC}$ $\frac{1}{2} = \frac{3}{BC}$, de unde obținem $BC = 6$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 4 =$ $= 6 - 4 = 2$	3p 2p
b)	$2B = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow A + 2B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} =$ $= 3 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = 3C$	3p 2p
c)	$B \cdot C + x(A - C) = \begin{pmatrix} 0 & -8+2x \\ 8+2x & 8 \end{pmatrix}$, deci $\det(B \cdot C + x(A - C)) = (8+2x)(8-2x)$, pentru orice număr real x $(8+2x)(8-2x) = 0$, de unde obținem $x = -4$ sau $x = 4$	3p 2p
2.a)	$1 * 1 = (1 + 2 \cdot 1)(1 + 2 \cdot 1) + 2 =$ $= 3 \cdot 3 + 2 = 11$	3p 2p
b)	$x * 0 = 2x^2 + 2$, pentru orice număr real x , deci $2x^2 + 2 = 4$ $x^2 - 1 = 0$, de unde obținem $x = -1$ sau $x = 1$	3p 2p

c)	$x * \frac{1}{x} = \left(x + \frac{2}{x}\right) \left(\frac{1}{x} + 2x\right) + 2 = 1 + 2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4 + 2 =$	3p
	$= 2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 7 > 7$, pentru orice număr real nenul x	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 2 \cdot 5x^4 + 5 \cdot 4x^3 - 10 \cdot 3x^2 =$	3p
	$= 10x^4 + 20x^3 - 30x^2 = 10x^2(x^2 + 2x - 3), x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$f(0) = 1, f'(0) = 0$	2p
	Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, adică $y = 1$	3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3$ sau $x = 0$ sau $x = 1$; $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [-3, 1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-3, 1]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1, +\infty)$, deci $f(x) \geq f(1)$, pentru orice $x \in [-3, +\infty)$	3p
	$f(1) = -2$, de unde obținem $2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 1 \geq -2$, deci $2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3 \geq 0$, pentru orice $x \in [-3, +\infty)$	2p
2.a)	$\int_0^2 \left(f(x) - \frac{2}{x+1}\right) dx = \int_0^2 6x dx = 6 \cdot \frac{x^2}{2} \Big _0^2 =$	3p
	$= 12 - 0 = 12$	2p
b)	$\int_0^1 (f(x) - 6x) dx = \int_0^1 \frac{2}{x+1} dx = 2 \ln(x+1) \Big _0^1 =$	3p
	$= 2 \ln 2 - 2 \ln 1 = 2 \ln 2$	2p
c)	$\int_1^e \left(f(x) - \frac{2}{x+1}\right) \cdot \ln^2 x dx = \int_1^e 6x \ln^2 x dx = \int_1^e (3x^2)' \ln^2 x dx = 3x^2 \ln^2 x \Big _1^e - \int_1^e 6x \ln x dx =$	3p
	$= 3e^2 - 3x^2 \ln x \Big _1^e + \frac{3x^2}{2} \Big _1^e = \frac{3(e^2 - 1)}{2}$ $\frac{3(e^2 - 1)}{2} = \frac{a(e^2 - 1)}{2}$, de unde obținem $a = 3$	2p