

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_2 = 4$ și $a_3 = 6$. Calculați a_1 . |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 4$. Arătați că $f(0) = f(1)$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{3x-2} - 49 \cdot 7^x = 0$. |
| 5p | 4. După ce parcurge 75% din lungimea unui traseu montan, un alpinist constată că mai are de parcurs 2 km până la finalul traseului. Calculați lungimea întregului traseu montan. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$ și $B(5,7)$. Determinați lungimea segmentului AC , știind că punctul B este mijlocul segmentului AC . |
| 5p | 6. Arătați că $4(\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ) = 1$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = \frac{x+y}{2} - 1$. |
| 5p | 1. Arătați că $(-2) \circ 4 = 0$. |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă. |
| 5p | 3. Demonstrați că $(2x+1) \circ 1 = x$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x pentru care $x^2 \circ x = 2$. |
| 5p | 5. Arătați că $(x^2 + 3) \circ (4x + 5) \geq 1$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 6. Determinați perechile (m, n) de numere naturale, cu $m < n$, pentru care $m \circ n \leq 0$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a-1 & a \\ a & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(2)) = -1$. |
| 5p | 2. Arătați că $A(2) + A(0) = 2A(1)$. |
| 5p | 3. Arătați că $A(0) \cdot A(0) = I_2$. |
| 5p | 4. Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a . |
| 5p | 5. Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a) + aI_2) = 11$. |
| 5p | 6. Se consideră matricea $C(a, b) = aA(b) + bA(a)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați perechile (a, b) de numere naturale pentru care suma elementelor matricei $C(a, b)$ este egală cu 24. |

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$ $a_1 = 2$	3p 2p
2.	$f(0) = 4$ $f(1) = 4$, deci $f(0) = f(1)$	2p 3p
3.	$7^{3x-2} = 7^{x+2}$, deci $3x - 2 = x + 2$, de unde obținem $2x = 4$ $x = 2$	3p 2p
4.	$x - \frac{75}{100} \cdot x = 2$, unde x reprezintă lungimea traseului $x = 8$ km	3p 2p
5.	$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ $AC = 2AB = 10$	3p 2p
6.	$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $4(\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ) = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-2) \circ 4 = \frac{-2+4}{2} - 1 =$ $= 1 - 1 = 0$	3p 2p
2.	$y \circ x = \frac{y+x}{2} - 1 =$ $= \frac{x+y}{2} - 1 = x \circ y$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă	3p 2p
3.	$(2x+1) \circ 1 = \frac{2x+1+1}{2} - 1 =$ $= x+1-1 = x$, pentru orice număr real x	2p 3p
4.	$x^2 \circ x = \frac{x^2+x}{2} - 1$, pentru orice număr real x $\frac{x^2+x}{2} - 1 = 2$, deci $x^2 + x - 6 = 0$, de unde obținem $x = -3$ sau $x = 2$	2p 3p

5.	$(x^2 + 3) \circ (4x + 5) = \frac{x^2 + 3 + 4x + 5}{2} - 1 = \frac{x^2 + 4x + 6}{2}$, pentru orice număr real x	2p
	$\frac{x^2 + 4x + 6}{2} = \frac{x^2 + 4x + 4}{2} + 1 = \frac{(x+2)^2}{2} + 1 \geq 1$, pentru orice număr real x	3p
6.	$m \circ n = \frac{m+n-2}{2}$, pentru orice numere naturale m și n	2p
	$\frac{m+n-2}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m+n \leq 2$ și, cum m și n sunt numere naturale, cu $m < n$, obținem perechile $(0,1)$ și $(0,2)$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 2 \cdot 2 =$	3p
	$= 3 - 4 = -1$	2p
2.	$A(2) + A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 2A(1)$	2p
3.	$A(0) \cdot A(0) = \begin{pmatrix} (-1) \cdot (-1) + 0 \cdot 0 & (-1) \cdot 0 + 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 & 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix} =$	3p
	$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	2p
4.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a-1 & a \\ a & a+1 \end{vmatrix} = (a-1)(a+1) - a^2 =$	3p
	$= a^2 - 1 - a^2 = -1$, deci $\det(A(a)) \neq 0$, de unde obținem că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a	2p
5.	$A(a) + aI_2 = \begin{pmatrix} 2a-1 & a \\ a & 2a+1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) + aI_2) = 3a^2 - 1$, pentru orice număr real a	3p
	$3a^2 - 1 = 11$, de unde obținem $a = -2$ sau $a = 2$	2p
6.	$C(a,b) = aA(b) + bA(a) = \begin{pmatrix} 2ab - a - b & 2ab \\ 2ab & 2ab + a + b \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale	2p
	$8ab = 24$, deci $ab = 3$ și, cum a și b sunt numere naturale, obținem perechile $(1,3)$ și $(3,1)$	3p