

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(3 + 3\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4 = 10$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 6$. Arătați că $f(0) + f(2) = f(4)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1} - 3 = 0$.
- 5p** 4. Prețul unui obiect este de 400 de lei. Determinați prețul obiectului după o ieftinire cu 25%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(5,6)$ și $C(6,2)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AC = 4$ și măsura unghiului C egală cu 60° . Arătați că $BC = 8$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(3)) = 1$.
- 5p** b) Arătați că $A(2) + A(6) = 2A(4)$.
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $A(x) \cdot A(x) = 3I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + 6$.
- 5p** a) Arătați că $1 \circ (-3) = 4$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $x \circ 2 = 3x$.
- 5p** c) Arătați că $(x^2 + 2) \circ (1 - 6x) \geq 0$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{5x-2}{x-1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este convexă.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 3) dx = 1$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 e^x f(x) dx = 3e - 1$.
- 5p** c) Determinați $a \in (0, +\infty)$ pentru care $\int_1^2 \frac{f(x)}{x(x+3)} dx = \ln \frac{a}{2}$.

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(3 + 3\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4 = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4 =$ $= 6 + 4 = 10$	2p 3p
2.	$f(0) = 6, f(2) = 12$ $f(4) = 18$, deci $f(0) + f(2) = f(4)$	2p 3p
3.	$\sqrt{2x-1} = 3$, deci $2x-1 = 9$ $x = 5$, care convine	3p 2p
4.	$\frac{25}{100} \cdot 400 = 100$ de lei Prețul obiectului după ieftinire este $400 - 100 = 300$ de lei	2p 3p
5.	$AC = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$ $BC = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$, deci $AC = BC$, de unde obținem că triunghiul ABC este isoscel	2p 3p
6.	$\cos C = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$ $\frac{4}{BC} = \frac{1}{2}$, de unde obținem $BC = 8$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(3)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 1 \cdot 2 =$ $= 3 - 2 = 1$	3p 2p
b)	$A(2) + A(6) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 2A(4)$	3p 2p
c)	$A(x) \cdot A(x) = \begin{pmatrix} 3 & 1+x \\ 2+2x & 2+x^2 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x $\begin{pmatrix} 3 & 1+x \\ 2+2x & 2+x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = -1$	3p 2p
2.a)	$1 \circ (-3) = 1 - 3 + 6 =$ $= 4$	3p 2p
b)	$x \circ 2 = x + 2 + 6 = x + 8$, pentru orice număr real x $x + 8 = 3x$, de unde obținem $x = 4$	3p 2p

c)	$(x^2 + 2) \circ (1 - 6x) = x^2 - 6x + 9$, pentru orice număr real x	2p
	$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 \geq 0$, pentru orice număr real x	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(5x-2)'(x-1) - (5x-2)(x-1)'}{(x-1)^2} =$ $= \frac{5(x-1) - (5x-2)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)^2}, \quad x \in (1, +\infty)$	3p
		2p
b)	$f(2) = 8, \quad f'(2) = -3$ Ecuția tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$, adică $y = -3x + 14$	2p
		3p
c)	$f''(x) = \frac{6}{(x-1)^3}$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$ $f''(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$, deci funcția f este convexă	3p
		2p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - 3) dx = \int_0^1 2x dx = x^2 \Big _0^1 =$ $= 1 - 0 = 1$	3p
		2p
b)	$\int_0^1 e^x f(x) dx = \int_0^1 e^x (2x + 3) dx = e^x (2x + 3) \Big _0^1 - \int_0^1 2e^x dx = 5e - 3 - 2e^x \Big _0^1 =$ $= 5e - 3 - 2e + 2 = 3e - 1$	3p
		2p
c)	$\int_1^2 \frac{f(x)}{x(x+3)} dx = \int_1^2 \frac{2x+3}{x^2+3x} dx = \int_1^2 \frac{(x^2+3x)'}{x^2+3x} dx = \ln(x^2+3x) \Big _1^2 = \ln \frac{5}{2}$ $\ln \frac{5}{2} = \ln \frac{a}{2}, \text{ de unde obținem } a = 5, \text{ care convine}$	3p
		2p