

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_{șt-nat}*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați termenul a_4 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_1 = 2$ și $a_3 = 14$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 3$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(0) + (f \circ f)(0) = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x - 4 \cdot 5^{x-2} = 105$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale impare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifre din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 9\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,0)$ și $B(5,4)$ și dreapta d de ecuație $2x + ay = 0$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care mijlocul segmentului AB aparține dreptei d .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $BC = 12$ și $C = \frac{\pi}{6}$. Punctul M aparține segmentului AC astfel încât $3AM = AC$. Arătați că $BM = 4\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1-a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p b) Arătați că $A(a+b) - A(a) \cdot A(b) = abA(1)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați numerele reale a pentru care $2A(2a) - A(a) \cdot A(a) - A(1) \cdot A(2a-1) = 2A(1)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \frac{1}{6}(x-5)(y-5) + 5$, cu elementul neutru $e = 11$.
- 5p a) Arătați că $7 \circ 8 = 6$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x \circ (6x-1) = 10$.
- 5p c) Determinați numerele naturale n , $n \neq 5$, ale căror simetrice în raport cu legea de compoziție „ $\circ$ ” sunt numere naturale pare.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} - 1 + 4 \ln(x+3)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)(4x+3)}{x^2(x+3)}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \ln(x+3) - f(x)}{\ln x} = 1$.
- 5p c) Demonstrați că $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 4 \ln \frac{x+3}{x^2+3}$, pentru orice $x \in (0, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 4x)e^{-x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^3 f(x)e^x dx = 27$.

- 5p** b) Arătați că $\int_{-1}^0 \frac{f(x)}{x+4} dx = -1$.
- 5p** c) Se consideră funcția $g:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x^2)}{x^2}$. Demonstrați că orice primitivă $G:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției g este concavă.