



EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2025

Proba E.c)

Matematică *M_tehnologic*

Decembrie 2024

SIMULARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se calculeze $\sqrt{\frac{4}{9}} : 0, (6) + \log_2 \left(\frac{1}{2}\right)$.
- 5p 2. Se dau funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$ și $g(x) = x^2$. Să se calculeze suma absciselor punctelor de intersecție ale graficelor celor două funcții.
- 5p 3. Să se rezolve ecuația: $\log_5(9 - x^2) = 1$.
- 5p 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Câte numere de 3 cifre distincte formate cu elementele lui A sunt divizibile cu 5?
- 5p 5. În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(3; 2)$ și $B(1; -1)$. Să se determine coordonatele simetricului punctului A față de B .
- 5p 6. În triunghiul ABC dreptunghic în A , se cunosc $\sin B = \frac{3}{5}$ și ipotenuza $BC = 25$. Determinați aria triunghiului.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se dă matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Să se verifice dacă $\det A(2) = 3$;
- 5p b) Să se determine $X \in M_2(\mathbb{R})$ care verifică relația $2X + A(2) = 3A(1)$;
- 5p c) Să se determine $x \in \mathbb{R}$ pentru care matricea $A^2(x)$ are toate elementele egale între ele.
2. Pe mulțimea $(0, +\infty)$ se consideră legea de compoziție $x \circ y = x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.
- 5p a) Să se verifice dacă $2 \circ (-2) = 0$;
- 5p b) Să se rezolve ecuația $x \circ 2 = \frac{9}{2}$;
- 5p c) Să se demonstreze că $x \circ \frac{1}{x} \geq 4, (\forall) x \in (0, +\infty)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{-x} + x$.
- 5p a) Să se demonstreze că $f(x) + f'(x) = x + 1, (\forall) x \in \mathbb{R}$;
- 5p b) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f ;
- 5p c) Să se demonstreze că $f(x) \geq 1, (\forall) x \in \mathbb{R}$.
2. Se consideră funcțiile $f, g: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x}{x}$ și $g(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.
- 5p a) Demonstrați că funcția f este o primitivă a funcției g .
- 5p b) Calculați $\int_1^2 \left(\frac{f(x)}{x} + g(x) \right) dx$.
- 5p c) Determinați numărul $a \in (1, \infty)$ știind că $\int_1^a g(x) dx = \frac{\ln a}{2}$.



EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2025

Proba E.c)

Matematică M_tehnologic

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Decembrie 2024

SIMULARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează împărțind punctajul obținut la 10.

Subiectul I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$; $0, (6) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$; $\log_2\left(\frac{1}{2}\right) = -1$ $\frac{2}{3} : \frac{2}{3} + (-1) = 1 - 1 = 0$.	3p 2p
2.	Pentru a găsi $\mathcal{E}_f \cap \mathcal{E}_g$ avem $f(x) = g(x) \Rightarrow 2x + 3 = x^2 \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0$ cu soluțiile x_1, x_2 Din relațiile lui Viete deducem: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{-1} = 2$	3p 2p
3.	$\log_5(9 - x^2) = 1 \Leftrightarrow 9 - x^2 = 5^1 \Leftrightarrow x^2 = 4$ Găsește $x_1 = 2$ și $x_2 = -2$, care convin.	3p 2p
4.	$abc : 5 \Rightarrow c = 5$ Numerele de forma $\overline{ab5}$ cu $a \neq b$, $a, b \in \{1, 2, 3, 4\}$ sunt date de A_4^2 Calculează $A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$	1p 2p 1p
5.	A' este simetricul lui A față de B dacă B este mijlocul segmentului AA'. Notează $A'(x, y)$ și scrie $x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3 + x}{2}$; $y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow -1 = \frac{2 + y}{2}$. Găsește $x = -1$, $y = -4$ deci $A'(-1, -4)$	1p 2p 2p
6.	$\sin B = \frac{AC}{BC} \Leftrightarrow \frac{3}{5} = \frac{AC}{25} \Leftrightarrow AC = 15$ Obținem cu teorma lui Pitagora că $AB = 20$ $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = 150$.	2p 1p 2p

Subiectul II

(30 de puncte)

1.a)	Scrie $A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Calculează $\det A(2) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 4 - 1 = 3$.	2p 3p
1.b)	Scrie $A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	1p 3p



	Deduce $2X = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $2X \Rightarrow X = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$	1p
1.c)	Calculează $A^2(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2+1 & 2x \\ 2x & x^2+1 \end{pmatrix}$ Deduce $x^2+1=2x \Rightarrow x^2-2x+1=0 \Rightarrow x=1$.	3p 2p
2.a)	$2 \circ (-2) = 2 + (-2) + \frac{1}{2} + \frac{1}{-2} =$ $= 2 - 2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$	3p 2p
2.b)	$x \circ 2 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x + 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x^2 + 1 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$	2p 3p
2.c)	$x \circ \frac{1}{x} = x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + x = 2 \left(x + \frac{1}{x} \right)$ $x + \frac{1}{x} \geq 2, (\forall) x > 0 \left(\Leftrightarrow \frac{x^2+1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0 \right) \Rightarrow x \circ \frac{1}{x} \geq 4, (\forall) x > 0$	2p 3p

Subiectul III

(30 de puncte)

1.a)	Calculează $f'(x) = (e^{-x})' + x' = -e^{-x} + 1$ Deduce $f(x) + f'(x) = (e^{-x} + x) + (-e^{-x} + 1) = x + 1, (\forall) x \in \mathbb{R}.$	3p 2p
1.b)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x} + x) = \infty$, deci funcția nu admite asimptotă orizontală la $+\infty$ $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-x} + x}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-e^{-x} + 1}{1} = 1;$ $n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x} + x - x) = 0$; deci $y=x$ asimptotă oblică la $+\infty$	2p 3p
1.c)	Rezolvă ecuația $f'(x) = 0 \Rightarrow -e^{-x} + 1 = 0 \Rightarrow x = 0$. Pentru $x \in (-\infty; 0)$, f este strict descrescătoare, pentru $x \in (0; +\infty)$, f strict crescătoare, deci $x=0$ este punct de minim local, adică $f(x) \geq f(0) \Leftrightarrow f(x) \geq 1, (\forall) x \in \mathbb{R}.$	2p 3p
2.a)	Funcția f este derivabilă și avem că: $f'(x) = \frac{(\ln x)' \cdot x - \ln x \cdot x'}{x^2} = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x \cdot 1}{x^2} =$ $= \frac{1 - \ln x}{x^2} = g(x) \text{ deci funcția } f \text{ este o primitivă a lui } g.$	3p 2p
2.b)	$\int_1^2 \left(\frac{f(x)}{x} + g(x) \right) dx = \int_1^2 \left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1 - \ln x}{x^2} \right) dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} \right) dx =$	3p



	$= -\frac{1}{x} \Big _1^2 = -\left(\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{1}{2}$	2p
2.c)	Deoarece f este o primitivă a lui g avem că $\int_1^a g(x) dx = f(x) \Big _1^a = f(a) - f(1) = \frac{\ln a}{a}$ Vom avea că $\frac{\ln a}{a} = \frac{\ln a}{2} \Leftrightarrow a = 2$	3p 2p