



MATEMATICĂ - TEHNOLOGIC

① Fie $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+2}{x-1}$

a) $D = ?$

b) $f'(x) = ?$, $\forall x \in D$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x+2} = ?$

d) ec tg la graficul fct f în punctul de abscisă $x_0 = 3$

e) determinați asimptota verticală la gf

f) determinați asimptota la $+\infty$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 2) \cdot f(x) \cdot \frac{1}{x^2 + 2}$

h) determinați intervalele de monotonie.

i) să se arate că $x^2 - 6x + 8 > 0$, $\forall x \in (2; +\infty)$

② Pe $M = [3; +\infty)$ se consideră legea de compoziție

$$x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$$

a) Calculați $(-2) \circ (-1)$

b) Arătați că $x \circ y = (x-3)(y-3) + 3$, $\forall x, y \in M$

c) Rezolvați ecuația $x \circ (x-1) = 3$, $\forall x \in \mathbb{R}$

d) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $x \circ x \circ x = 3$

e) Verificați dacă $e = 4$ este elementul neutru al legii de compoziție " $\circ$ "

f) Arătați că " $\circ$ " este asociativă

g) Calculați $(-10) \circ (-9) \circ \dots \circ 0 \circ \dots \circ 9 \circ 10$

h) Determinați perechile de nr naturale (m, n)

pentru care $\det A = 4$

③ Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -2 & x+1 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$

a) Calculați $\det(A(-2))$

b) Calculați $A^2(1)$

c) Determinați $x \in \mathbb{R}$ a.î. $A(-1) \cdot A(x) = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}$

d) Determinați inversa matricei $A(3)$

e) Rezolvați în $\mathbb{R}$, ecuația $\det A(x) = 4$

f) Să se arate că dacă $\det A(x) = \det A(y)$ atunci $x+y+1=0$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $x \neq y$.

④ Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + x - 1$

a) Arătați că $\int_0^1 [2x^2 - f(x)] dx = \frac{1}{2}$

b) Calculați $\int_{-1}^1 f(x) dx$

c) Arătați că $\int_0^1 [f(x) - 2x^2 + 1] e^x dx = 1$

d) Calculați $\int_{-2}^1 \frac{f(x)}{(x-\frac{1}{2})(x+3)} dx$

e) Determinați $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$ pentru care

$$\int_{-1}^1 a \cdot f'(x) \cdot [f(x)]^{2a-1} dx = 64$$

