

SIMULARE BAC 2026

ST-NAT

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă

$$x \circ y = \frac{1}{6}(x-5)(y-5) + 5, \text{ cu elementul neutru } e = 11.$$

a) Arătați că $7 \circ 8 = 6$.

b) Determinați numerele reale x pentru care $x \circ (6x-1) = 10$.

c) Determinați numerele naturale n , $n \neq 5$, ale căror simetrice în raport cu legea de compoziție „ $\circ$ ” sunt numere naturale pare.

$$a) \quad 7 \circ 8 = \frac{1}{6}(7-5) \cdot (8-5) + 5 = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 + 5 = 1 + 5 = 6$$

$$b) \quad x \circ (6x-1) = 10$$

$$\frac{1}{6}(x-5)(6x-1-5) + 5 = 10$$

$$\frac{1}{6}(x-5) \cdot 6(x-1) = 5 \Rightarrow (x-5)(x-1) = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 5 \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0 \in \mathbb{R} \text{ sau } x = 6 \in \mathbb{R}$$

$$c) \quad \text{r.d.: } \forall x \in \mathbb{R}, \exists x' \in \mathbb{R} \text{ a.t. } x \circ x' = x' \circ x = e$$

$$e = 11 \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}, n \neq 5, \exists m' \in \mathbb{N} \text{ a.t. } n \circ m' = m' \circ n = 11$$

$$n \circ m' = 11 \Rightarrow \frac{1}{6}(n-5)(m'-5) + 5 = 11 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6}(n-5)(m'-5) = 6 \quad / \cdot 6 \Rightarrow (n-5)(m'-5) = 36$$

$$m' - \text{nr par} \Rightarrow m' - 5 = \text{nr impar}$$

$$n \neq 5 \Rightarrow n - 5 \neq 0$$

$$(n-5)(n'-5) = 36$$

$$\Delta_{36} = \{\underbrace{1, 2, 3, 4, 6, 9}_{\text{divizori naturali}}, 12, 36\} \Rightarrow (n'-5) \in \{1, 3, 9\}$$

$$\Downarrow$$

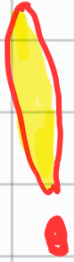
$$(n-5) \in \{36, 12, 4\}$$

$$\begin{cases} n-5 = 36 \\ n'-5 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 41 \\ n' = 6 \text{ (nr. par)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n-5 = 12 \\ n'-5 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 17 \\ n' = 8 \text{ (nr. par)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n-5 = 4 \\ n'-5 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n' = 14 \text{ (nr. par)} \end{cases}$$

$$\text{Concluzie: } n \in \{9, 17, 41\}$$



Rezolvarea completă o găsiți accesând site-ul
www.profesorciofuconstantin.ro
la secțiunea Bacalaureat