

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică M_pedagogic

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați suma primilor cinci termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_3 = 5$ și $a_5 = 9$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $3x^2 - 2x - 1 = 0$. Arătați că $2x_1 + 2x_2 + x_1x_2 = 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $8 \cdot 4^{x-1} = 16 \cdot 2^x$.
- 5p 4. După o majorare cu 25% prețul unui produs este de 45 lei. Determinați prețul inițial al produsului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2;1)$, $B(2;3)$ și $C(0;m)$. Determinați valorile reale ale lui m pentru care $AB = BC$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu măsura unghiului C egală cu 60° și $AC = 12$. Arătați că lungimea înălțimii din vârful unghiului drept este egală cu $6\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - x - y + 1$.
- 5p 1. Arătați că $(-1) \circ 2 = -4$.
- 5p 2. Arătați că $e = 1$ este elementul neutru al legii „ $\circ$ ”.
- 5p 3. Calculați simetricul numărului real $x = \frac{3}{5}$, în raport cu legea de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p 4. Determinați numerele naturale x , știind că $2x \circ \frac{1}{4} \geq -4$.
- 5p 5. Arătați că pentru orice număr real n , $n \circ n \geq \frac{1}{2}$.
- 5p 6. Calculați $\sqrt[3]{1} \circ \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \circ \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \circ \dots \circ \sqrt[3]{\frac{1}{2023}} \circ \sqrt[3]{\frac{1}{2024}} \circ \sqrt[3]{\frac{1}{2025}}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 2-a \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este un număr real.
- 5p 1. Arătați că $I_2 + B(-1) = A$.
- 5p 2. Determinați numărul real x pentru care $xI_2 + A = B(-1)$.
- 5p 3. Arătați că $B(x) + B(-x) = 2B(0)$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Calculați suma elementelor matricei $C = A \cdot B(-3) + B(1)$.
- 5p 5. Determinați numerele reale x și y pentru care $B(x) \cdot B(-y) = \begin{pmatrix} 7 & 12 \\ 8 & 15 \end{pmatrix}$.
- 5p 6. Determinați matricile $X \in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(2) \cdot X = 4A$.

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică M_pedagogic

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

30 PUNCTE

1.	$a_4 = \frac{a_3 + a_5}{2} = \frac{5+9}{2} = 7, r = a_4 - a_3 = 2 \Rightarrow a_1 = 1$ $S_5 = 1+3+5+7+9=25$	3p 2p
2.	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{3}, x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{3}$ $2x_1 + 2x_2 + x_1 x_2 = 2(x_1 + x_2) + x_1 x_2 = 2 \cdot \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{3} = 1$	2p 3p
3.	$8 \cdot 4^{x-1} = 16 \cdot 2^x \Leftrightarrow 2^3 \cdot 2^{2(x-1)} = 2^4 \cdot 2^x \Leftrightarrow 2^{3+2x-2} = 2^{4+x} \Leftrightarrow$ $2x+1=4+x \Rightarrow x=3$	3p 2p
4.	$x = \text{prețului inițial} \Rightarrow x + \frac{25}{100}x = 45 \Leftrightarrow \frac{125}{100}x = 45$ $x = 36$	3p 2p
5.	$AB = \sqrt{(2+2)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{5}$ și $BC = \sqrt{(0-2)^2 + (m-3)^2} = \sqrt{m^2 - 6m + 13}$ $AB = BC \Rightarrow m^2 - 6m + 13 = 20 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 7 = 0 \Rightarrow m_1 = -1; m_2 = 7$	2p 3p
6.	ABC triunghi dreptunghic în A, $C = 60^\circ \Rightarrow B = 30^\circ$ și $AC = 12 \Rightarrow BC = 24$. Fie $AD \perp BC$, $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AB = 12\sqrt{3}$, ABD triunghi dreptunghic în D, $B = 30^\circ$ și $AB = 12\sqrt{3} \Rightarrow AD = 6\sqrt{3}$.	2p 3p

SUBIECTUL al-II-lea

30 PUNCTE

1.	$(-1) \circ 2 = 2 \cdot (-1) \cdot 2 - (-1) - 2 + 1 =$ $= -4 + 1 - 2 + 1 = -4$	3p 2p
2.	$\exists e \in \mathbb{R}$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \circ 1 = 2 \cdot x \cdot 1 - x - 1 + 1 = 2x - x = x$ $1 \circ x = 2 \cdot 1 \cdot x - 1 - x + 1 = 2x - x = x$, pentru orice număr real x , deci $e = 1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.	3p 2p
3.	$\exists x' \in \mathbb{R}$ astfel încât $x \circ x' = x' \circ x = e, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{3}{5} \circ x' = x' \circ \frac{3}{5} = 1$ $\frac{3}{5} \circ x' = 1 \Rightarrow 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot x' - \frac{3}{5} - x' + 1 = 1 \Rightarrow x' = 3; x' \circ \frac{3}{5} = 2 \cdot x' \cdot \frac{3}{5} - x' - \frac{3}{5} + 1 = 1 \Rightarrow x' = 3$	2p 3p
4.	$2x \circ \left(\frac{1}{4}\right) = 2 \cdot 2x \cdot \left(\frac{1}{4}\right) - 2x - \frac{1}{4} + 1 = x - 2x + \frac{3}{4} = -x + \frac{3}{4}$ $-x + \frac{3}{4} \geq -4 \Leftrightarrow -x \geq -\frac{19}{4} \Rightarrow x \leq \frac{19}{4} \cap \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$	2p 3p
5.	$n \circ n = 2 \cdot n \cdot n - n - n + 1 = 2n^2 - 2n + 1 \Rightarrow 2n^2 - 2n + 1 \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2n^2 - 2n + \frac{1}{2} \geq 0$	3p

	$4n^2 - 4n + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (2n-1)^2 \geq 0$ (A)	2p
c)	$x \circ a = a \circ x = a$ (legea este comutativă) $\Rightarrow x \circ a = a \Rightarrow 2xa - x - a + 1 = a \Leftrightarrow$ $2xa - x - 2a + 1 = 0 \Leftrightarrow 2a(x-1) - 1(x-1) = 0 \Leftrightarrow (2a-1)(x-1) = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$	3p
	$a = \frac{1}{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} \Rightarrow \underbrace{\sqrt[3]{1} \circ \sqrt[3]{\frac{1}{2}}}_{m} \circ \dots \circ \underbrace{\sqrt[3]{\frac{1}{8}} \circ \dots \circ \sqrt[3]{\frac{1}{2025}}}_{n} = m \circ \sqrt[3]{\frac{1}{8}} \circ n = \frac{1}{2}$	2p

SUBIECTUL al-III-lea

30 PUNCTE

1.	$B(-1) = \begin{pmatrix} 2-1 & 2-(-1) \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	2p 3p
2.	$xI_2 + A = \begin{pmatrix} x+2 & 3 \\ 2 & x+4 \end{pmatrix}; B(-1) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $\begin{pmatrix} x+2 & 3 \\ 2 & x+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow x = -1$	2p 3p
3.	$B(x) + B(-x) = \begin{pmatrix} x+2 & 1-x \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -x+2 & 1+x \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ $B(0) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow 2B(0) = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow B(x) + B(-x) = 2B(0)$	3p 2p
4.	$C = A \cdot B(-3) + B(1) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 16 \\ 6 & 22 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 17 \\ 8 & 25 \end{pmatrix}$ $6 + 17 + 8 + 25 = 56$	3p 2p
5.	$B(x) \cdot B(-y) = \begin{pmatrix} x+2 & 2-x \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -y+2 & 2+y \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -xy-2y+8 & xy-x+2y+10 \\ -2y+10 & 2y+13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 12 \\ 8 & 15 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $\begin{cases} -xy-2y+8=7 \\ xy-x+2y+10=12 \\ -2y+10=8 \\ 2y+13=15 \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ și } y = 1$	2p 3p
6.	$B(2) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, 4A = \begin{pmatrix} 8 & 12 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4a & 4b \\ 2a+3c & 2b+3d \end{pmatrix} \Rightarrow$ $\begin{cases} 4a=8 \\ 4b=12 \\ 2a+3c=8 \\ 2b+3d=16 \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 10 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$	2p 3p