

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\log_{2024} 506 + \log_{2024} 8 - \log_{2024} 2 = 1$.
- 5p 2. Determinați valorile numărului real m pentru care soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 + (m-1)x + 3 = 0$ verifică relația $x_1 = 3 \cdot x_2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 3^{1-x} = 4$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ acesta să verifice egalitatea $2^n = n^2$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 5)$ și $B(3, -1)$. Determinați distanța dintre punctul O și mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $AB = 16$ și $C = 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 5-a & 10 \\ -2 & -4-a \end{pmatrix}$, unde a este un număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 0$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(a) = A(0)$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea $A(-1) \cdot X = A(0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy + 7x + 7y + 14$.
- 5p a) Arătați $(-3) \circ (-2) \circ (-1) = -5$.
- 5p b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”
- 5p c) Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care $x \circ x \circ x = \frac{1}{3}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^4 - 4x + 4$.
- 5p a) Arătați că $\frac{f'(x)}{x^2+x+1} = 4(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f are un singur punct de extrem.
- 5p c) Fie a și b numere reale pozitive astfel încât $a + b = 1$. Demonstrați că $f(a) + f(b) > 2$.
2. Se consideră funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x}$, $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{x+1}$.
- 5p a) Calculați $\int (f(x) - g(x)) dx$.
- 5p b) Calculați $\int (x+1) e^{\frac{1}{g(x)}} dx$.
- 5p c) Determinați primitiva $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f care verifică relația $F(e) = \ln(e+1)$.

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1.	$\log_{2024} 506 + \log_{2024} 8 - \log_{2024} 2 = \log_{2024}(506 \cdot 8 : 2) =$ $\log_{2024} 2024 = 1$	3p 2p
2.	$x_1 + x_2 = -m + 1, x_1 x_2 = 3$ $x_1 = 3 \cdot x_2$ și cum $x_1 x_2 = 3$ avem $3x_2^2 = 3$ de unde $x_2 = \pm 1$ $x_2 = 1$ implică $m = -3, x_2 = -1$ implică $m = 5$	2p 3p
3.	$3^x + \frac{3}{3^x} = 4 \Rightarrow (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \Rightarrow (3^x - 1)(3^x - 3) = 0$ $x = 0$ sau $x = 1$	3p 2p
4.	Mulțimea A are 6 elemente, deci sunt 6 cazuri posibile. $2^2 = 2^2$ și $2^4 = 4^2$ deci sunt 2 cazuri favorabile $P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	2p 3p
5.	Punctul $M(2; 2)$ este mijlocul segmentului AB . $OM = 2\sqrt{2}$	3p 2p
6.	$\frac{AB}{\sin C} = 2R$ $AB = 2R \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow 16 = 2R \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow R = 16$	2p 3p

SUBIECTUL al II -lea		(30 de puncte)
1.a.	$A(1) = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 4 & 10 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$ $\det(A(1)) = 4 \cdot (-5) - (-2) \cdot 10 = 0$	2p 3p
1.b.	$A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 5 - 10a + a^2 & 10 - 20a \\ -2 + 4a & -4 + 8a + a^2 \end{pmatrix}$	3p

	$\begin{pmatrix} 5-10a+a^2 & 10-20a \\ -2+4a & -4+8a+a^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \Rightarrow a = 0$	2p
1.c.	$A(-1) = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(-1)) = 2 \neq 0$, deci $A(-1)$ este inversabilă $(A(-1))^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $X = (A(-1))^{-1} \cdot A(0) \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$	2p 3p
2.a.	$(-3) \circ (-2) = -3$ $(-3) \circ (-2) \circ (-1) = (-3) \circ (-1) = -5$	2p 3p
2.b.	Dacă e este element neutru, atunci $x \circ e = e \circ x = x$ oricare ar fi x număr real și cum $x \circ y = y \circ x$ obținem $x \circ e = x$ $3xe + 7x + 7e + 14 = x \Rightarrow (e+2)(3x+7) = 0$, oricare ar fi x număr real deci $e+2 = 0$, $e = -2$.	2p 3p
2.c.	$x \circ y = 3\left(x + \frac{7}{3}\right)\left(y + \frac{7}{3}\right) - \frac{7}{3} \Rightarrow x \circ x = 3\left(x + \frac{7}{3}\right)^2 - \frac{7}{3} \Rightarrow x \circ x \circ x = 9\left(x + \frac{7}{3}\right)^3 - \frac{7}{3}$ $x \circ x \circ x = \frac{1}{3} \Rightarrow 9\left(x + \frac{7}{3}\right)^3 = \frac{8}{3} \Rightarrow x + \frac{7}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea		(30 de puncte)
1.a.	$f'(x) = 4x^3 - 4 = 4(x^3 - 1) = 4(x-1)(x^2 + x + 1)$ $\frac{f'(x)}{x^2+x+1} = 4(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$	3p 2p
1.b.	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ Dacă $x \in (-\infty; 1]$ atunci $f'(x) \leq 0$ deci f este descrescătoare pe $(-\infty; 1]$ Dacă $x \in (1; +\infty)$ atunci $f'(x) > 0$ deci f este crescătoare pe $(1; +\infty)$ Cum f este continuă pe $\mathbb{R}$, avem $f(x) \geq f(1)$, deci $x = 1$ este singurul punct de extrem	3p 2p
1.c.	Dacă $a, b > 0$ și $a + b = 1$ atunci $a, b \in (0; 1)$ f este descrescătoare pe $(-\infty; 1]$ deci $f(a) > f(1)$, $f(b) > f(1)$. Cum $f(1) = 1$ obținem $f(a) + f(b) > 2$.	2p 3p
2.a.	$\int (f(x) - g(x)) dx = \int \left(\frac{2x+1}{x^2+x} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \int \frac{x+1}{x^2+x} dx =$ $\int \frac{x+1}{x(x+1)} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	2p 3p
2.b.	$\int (x+1)e^{\frac{1}{g(x)}} dx = \int (x+1)e^{x+1} dx = \int (x+1)(e^{x+1})' dx =$ $(x+1)e^{x+1} - \int e^{x+1} dx = (x+1)e^{x+1} - e^{x+1} + C = xe^{x+1} + C$	2p 3p
2.c.	$\int \frac{2x+1}{x^2+x} dx = \int \frac{(x^2+x)'}{x^2+x} dx = \ln(x^2+x) + C$ $F(e) = \ln(e+1) \Rightarrow \ln(e^2+e) + C = \ln(e+1) \Rightarrow 1 + \ln(e+1) + C = \ln(e+1)$ $\Rightarrow C = -1$ deci $F(x) = \ln(x^2+x) - 1$	2p 3p