



Subiectul II.2. - Tehnologic

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 3x - 3y + 12$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $1 * (-2) = 13$.

b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție " $*$ ".

c) Determinați numerele naturale n , pentru care $(n+2) * (n-1) \leq 3$.

a) $1 * (-2) = 1 \cdot (-2) - 3 \cdot 1 - 3 \cdot (-2) + 12 = -2 - 3 + 6 + 12 = -5 + 18 = 13$

b) element neutru: $\exists e \in \mathbb{R}$ a.t. $e * x = x * e = x, \forall x \in \mathbb{R}$

$$e * x = x$$

$$ex - 3e - 3x + 12 = x$$

$$ex - 3e = 4x - 12$$

$$e(x-3) = 4(x-3)$$

$$e = 4$$

$$x * e = x$$

$$xe - 3x - 3e + 12 = x$$

$$xe - 3e = 4x - 12$$

$$e(x-3) = 4(x-3)$$

$$e = 4$$

c) $(n+2) * (n-1) = (n+2)(n-1) - 3(n+2) - 3(n-1) + 12$
 $= n^2 - n + 2n - 2 - 3n - 6 - 3n + 3 + 12$
 $= n^2 - 5n + 7$

$$n^2 - 5n + 7 \leq 3 \Rightarrow n^2 - 5n + 4 \leq 0$$

$$n^2 - 5n + 4 = 0$$

$$\Delta = 9, \quad n_1 = \frac{5-3}{2} = 1, \quad n_2 = \frac{5+3}{2} = 4$$

n	$-\infty$		0	1	4	$+\infty$
$n^2 - 5n + 4$		+	+	0	0	+

$\Rightarrow n \in [1, 4]$