



Subiectul III.2 - Tehnologic

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x(2x-4)$.

a) Calculați $\int \frac{f(x)}{2x-4} dx$, pentru $x \in (2; \infty)$.

b) Calculați $\int f(x) dx$, pentru $x \in \mathbb{R}$.

c) Să se determine primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = \frac{2}{3}$.

$$\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + C$$

a)
$$\int \frac{f(x)}{2x-4} dx = \int \frac{x(2x-4)}{2x-4} dx = \int x dx = \frac{x^2}{2} + C$$

b)
$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int x(2x-4) dx = \int 2x^2 dx - \int 4x dx = \\ &= 2 \int x^2 dx - 4 \int x dx = 2 \frac{x^3}{3} - 4 \frac{x^2}{2} + C = \\ &= \frac{2x^3}{3} - 2x^2 + C. \end{aligned}$$

c)
$$F(x) = \int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} - 2x^2 + C.$$

$$F(1) = \frac{2 \cdot 1^3}{3} - 2 \cdot 1^2 + C = \frac{2}{3} - 2 + C.$$

$$F(1) = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} - 2 + C = \frac{2}{3}$$

$$-2 + C = 0$$

$$C = 2$$

Concluzie:
$$F(x) = \frac{2x^3}{3} - 2x^2 + 2.$$