

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
5p	1. Arătați că $a = \sqrt{3} - 5 + \sqrt{3} - 1 $ este un număr întreg.	
5p	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. Calculați $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(10)$.	
5p	3. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, sistemul $\begin{cases} 2x - 1 = y \\ x^2 - 2x + 3 = y \end{cases}$.	
5p	4. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\sqrt{3 + 4x} = 5$.	
5p	5. Se consideră vectorii $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$ și $\vec{u} = \vec{i} - 5\vec{j}$. Determinați coordonatele vectorului $\vec{w} = \vec{v} + \vec{u}$.	
5p	6. Calculați lungimea laturii AC a triunghiului ABC în care $AB = 3, BC = 8$ și $m(\angle ABC) = 60^\circ$.	
SUBIECTUL al II-lea		(30 de puncte)
	Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$, unde $\mathbb{Z}_8 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}, \hat{7}\}$.	
5p	a) Calculați, în $\mathbb{Z}_8$, $\hat{1} + \hat{3} + \hat{5} + \hat{7}$.	
5p	b) Verificați, în $\mathbb{Z}_8$, egalitatea $\hat{2}^{10} + \hat{2}^8 + \hat{2}^6 + \hat{2}^4 + \hat{2}^2 = \hat{4}$.	
5p	c) Determinați inversul elementului $\hat{7}$ în inelul $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$.	
5p	d) Rezolvați, în $\mathbb{Z}_8$, ecuația $\hat{7}x + \hat{2} = \hat{5}$.	
5p	e) Arătați că ecuația $x^2 + \hat{5} = \hat{0}$ nu are soluții în mulțimea $\mathbb{Z}_8$.	
5p	f) Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y = \hat{4} \\ 3x + 2y = \hat{1} \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbb{Z}_8$.	
SUBIECTUL al III-lea		(30 de puncte)
	Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $C = I_3 + A$.	
5p	a) Calculați $\det(C + {}^tC)$, unde tC este transpusa matricei C .	
5p	b) Calculați A^3 , unde $A^3 = A \cdot A \cdot A$.	
5p	c) Verificați egalitatea $(I_3 + A)(I_3 - A + A^2) = I_3$.	
5p	d) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $(I_3 + aA)(I_3 + A + A^2) = I_3$.	
5p	e) Calculați inversa matricei C .	
5p	f) Determinați numerele reale x, y, z care verifică egalitatea $xC + yA^2 + zI_3 = A$.	

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{3} - 5 < 0 \Rightarrow \sqrt{3} - 5 = 5 - \sqrt{3}$ $\sqrt{3} - 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{3} - 1 = \sqrt{3} - 1$ $a = 4 \in \mathbb{Z}$	2p 2p 1p
2.	$f(1) + f(2) + \dots + f(10) = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 10) - 10 =$ $= 2 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} - 10 =$ $= 100$	2p 2p 1p
3.	$x^2 - 2x + 3 = 2x - 1$ $x^2 - 4x + 4 = 0$ Finalizare: $x = 2$ și $y = 3$	1p 2p 2p
4.	$3 + 4x \geq 0 \Rightarrow x \in \left[-\frac{3}{4}, +\infty\right)$ $3 + 4x = 25$ Finalizare: $x = \frac{11}{2}$ este soluție	1p 2p 2p
5.	$\vec{w} = \vec{v} + \vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{i} - 5\vec{j} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ Coordonatele vectorului $\vec{w}$ sunt $(3, -4)$	3p 2p
6.	$AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2BC \cdot AB \cdot \cos B$ $AC^2 = 49$ Finalizare: $AC = 7$	1p 3p 1p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

a)	$\hat{1} + \hat{3} + \hat{5} + \hat{7} = \hat{0}$	5p
b)	$\hat{2}^2 = \hat{4}$ $\hat{2}^3 = \hat{0}$ $\hat{2}^4 = \hat{2}^6 = \hat{2}^8 = \hat{2}^{10} = \hat{0}$ $\hat{2}^{10} + \hat{2}^8 + \hat{2}^6 + \hat{2}^4 + \hat{2}^2 = \hat{4}$	1p 1p 2p 1p
c)	Dacă $x \in \mathbb{Z}_8$ este inversul lui $\hat{7}$, atunci $\hat{7}x = \hat{1}$ $x = \hat{7}$	2p 3p
d)	$\hat{7}x + \hat{2} = \hat{5} \Leftrightarrow \hat{7}x = \hat{3}$ $x = \hat{7}^{-1} \cdot \hat{3} = \hat{7} \cdot \hat{3} = \hat{5}$	2p 3p
e)	$x^2 \in \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{4}\}$ $\hat{0} + \hat{5} \neq \hat{0}, \hat{1} + \hat{5} \neq \hat{0}, \hat{4} + \hat{5} \neq \hat{0}$ Ecuația nu are soluții în mulțimea $\mathbb{Z}_8$	2p 2p 1p

Probă scrisă la **Matematică**

Model

Barem de evaluare și de notare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

f)	$\begin{cases} x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}(x + y) = \hat{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \hat{4} \\ x = \hat{1} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \hat{1} \\ y = \hat{3} \end{cases}$	4p 1p
-----------	---	-----------------------------------

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

a)	$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, {}^tC = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C + {}^tC = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\det(C + {}^tC) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 4$	3p 2p
b)	$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = O_3$	3p 2p
c)	$(I_3 + A)(I_3 - A + A^2) = I_3 + A^3$ $I_3 + A^3 = I_3 + O_3 = I_3$	3p 2p
d)	$(I_3 + aA)(I_3 + A + A^2) = I_3 \Leftrightarrow I_3 + A + A^2 + aA + aA^2 + aA^3 = I_3$ $\Leftrightarrow (a+1)(A + A^2) = O_3$ $A + A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \neq O_3 \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1$	2p 1p 2p
e)	$C^{-1} = I_3 - A + A^2$ $C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	3p 2p
f)	$xC + yA^2 + zI_3 = A \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ x & x & 0 \\ x & x & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x+z & 0 & 0 \\ x & x+z & 0 \\ x+y & x & x+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x=1, y=0, z=-1$	2p 3p