



Binomul lui Newton - aplicații

- ① Determinați al patrulea termen al dezvoltării
 $(2x - \frac{3}{x})^{10}$

Rezolvare:

$$(2x - \frac{3}{x})^{10} \Rightarrow \begin{cases} a = 2x \\ b = -\frac{3}{x} \\ m = 10 \\ k+1 = 4 \Rightarrow k = 3 \end{cases}$$

$$T_{k+1} = C_m^k a^{m-k} \cdot b^k$$

$$T_4 = C_{10}^3 (2x)^{10-3} \cdot \left(-\frac{3}{x}\right)^3 = C_{10}^3 (2x)^7 \cdot \frac{(-3)^3}{x^3}$$

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{\cancel{7!} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cancel{7!}} = \frac{\overset{3}{8} \cdot \overset{5}{9} \cdot 10}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}} = 120$$

$$T_4 = 120 \cdot 2^{\overset{7}{7}} \cdot x^{\overset{7}{7}} \cdot \frac{(-2)^{\overset{4}{4}}}{\cancel{x^3}} = 120 \cdot 128 \cdot (-2) \cdot x^4$$

- ② Determinați termenul din mijloc al dezvoltării
 $(x - \sqrt{2})^8$

Rezolvare:

$$C_8^0, C_8^1, C_8^2, C_8^3, C_8^4, C_8^5, C_8^6, C_8^7, C_8^8$$

T_5 - este termenul din mijloc al dezvoltării

$$T_{k+1} = T_5 \Rightarrow k+1=5 \Rightarrow k=4$$

$$(x-\sqrt{2})^8 \Rightarrow \begin{cases} a=x \\ b=-\sqrt{2} \\ n=8 \\ k=4 \end{cases} \Rightarrow T_5 = C_8^4 x^{8-4} \cdot (-\sqrt{2})^4$$

$$C_8^4 = \frac{8!}{4! \cdot (8-4)!} = \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{\cancel{4!} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{8}}{\cancel{4!} \cdot 1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4}} = 70$$

$$\sqrt{2}^4 = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2$$

$$T_5 = 70 \cdot x^4 \cdot (-1)^4 \cdot \sqrt{2}^4 = 70 \cdot x^4 \cdot 4 = 280x^4$$

3. Fie dezvoltarea $\left(2\sqrt{x} - \frac{1}{3x}\right)^6$
Determinați termenul care conține pe x^2 .

Rezolvare:

$$\begin{aligned} a &= 2\sqrt{x} \\ b &= -\frac{1}{3x} \\ n &= 6 \end{aligned} \Rightarrow T_{k+1} = C_6^k (2\sqrt{x})^{6-k} \cdot \left(-\frac{1}{3x}\right)^k =$$

$$= C_6^k \cdot 2^{6-k} \cdot \sqrt{x}^{6-k} \cdot \frac{(-1)^k}{3^k \cdot x^k} =$$

$$= C_6^k \cdot \frac{2^{6-k} \cdot (-1)^k}{3^k} \cdot \frac{x^{\frac{6-k}{2}}}{x^k}$$

T conține pe $x^2 \Rightarrow$

$$x^{\frac{6-k}{2} - k} = x^2$$

$$\frac{6-k}{2} - k = 2$$

$$6-k-2k=4$$

$$-3k=4-6$$

$$-3k=-2 \Rightarrow k=\frac{2}{3} \notin \mathbb{N}$$

$\Rightarrow$ Nu există termen care să-l conțină pe x^2