

SUBIECTUL I.4

1. Un obiect costă 350 lei. Care este prețul obiectului după o scumpire cu 20%?

Rezolvare:

$$\text{Scumpirea: } 20\% \cdot 350 = \frac{20}{100} \cdot 350 = 70 \text{ lei}$$

$$\text{Prețul după scumpire: } 350 + 70 = 420 \text{ lei.}$$

2. Un produs costă 500 lei. Care este prețul produsului după o ieftinire cu 15%?

Rezolvare:

$$\text{Ieftinirea: } 15\% \cdot 500 = \frac{15}{100} \cdot 500 = 75 \text{ lei}$$

$$\text{Prețul după ieftinire: } 500 - 75 = 425 \text{ lei.}$$

3. După o reducere cu 15% un obiect costă 340 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.

Rezolvare:

Metoda 1

Se folosește formula $P_f = P_i \left(1 - \frac{p}{100}\right)$, unde P_f reprezintă prețul după reducere, P_i reprezintă prețul inițial și p reprezintă procentul de reducere.

$$340 = P_i \left(1 - \frac{15}{100}\right) \Rightarrow 340 = P_i \left(\frac{100}{100} - \frac{15}{100}\right) \Rightarrow 340 = \frac{85}{100} P_i \Rightarrow P_i = \frac{340 \cdot 100}{85} \Rightarrow P_i = 400 \text{ lei}$$

Metoda 2

Notăm prețul inițial cu x

$$x - 15\% \cdot x = 340 \Rightarrow x - \frac{15x}{100} = 340 \Rightarrow 100x - 15x = 34000 \Rightarrow 85x = 34000 \Rightarrow x = \frac{34000}{85} \Rightarrow x = 400 \text{ lei.}$$

4. După o scumpire cu 30% un obiect costă 390 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.

Rezolvare:

Metoda 1

Se folosește formula $P_f = P_i \left(1 + \frac{p}{100}\right)$, unde P_f reprezintă prețul după scumpire, P_i reprezintă prețul inițial și p reprezintă procentul de scumpire.

$$390 = P_i \left(1 + \frac{30}{100}\right) \Rightarrow 390 = P_i \left(\frac{100}{100} + \frac{30}{100}\right) \Rightarrow 390 = \frac{130}{100} P_i \Rightarrow P_i = \frac{390 \cdot 100}{130} \Rightarrow P_i = 300 \text{ lei}$$

Metoda 2

Notăm prețul inițial cu x

$$x + 30\% \cdot x = 390 \Rightarrow x + \frac{30x}{100} = 390 \Rightarrow 100x + 30x = 39000 \Rightarrow 130x = 39000 \Rightarrow x = \frac{39000}{130} \Rightarrow x = 300 \text{ lei.}$$

5. Prețul unui obiect este de 600 de lei. Determinați prețul obiectului după două scumpiri succesive, cu 20%, respectiv cu 15%.

Rezolvare:

$$\text{prima scumpire : } 20\% \cdot 600 = \frac{20 \cdot 600}{100} = 120 \text{ lei}$$

$$\text{prețul după prima scumpire : } 600 + 120 = 720 \text{ lei}$$

$$\text{a doua scumpire : } 15\% \cdot 720 = \frac{15}{100} \cdot 720 = 108 \text{ lei}$$

$$\text{prețul după a doua scumpire : } 720 + 108 = 828 \text{ lei.}$$

6. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 9.

Rezolvare:

$$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$$

cazuri posibile : 10, 11, 12, ..., 99, adică $(99 - 10) + 1 = 90$ numere;

cazuri favorabile : $\overline{ab} \Rightarrow a + b = 9 \Rightarrow 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90$, adică 9 numere;

$$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}.$$

7. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ acesta să verifice inegalitatea $2n + 1 \leq 7$.

Rezolvare:

$$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$$

cazuri posibile : 6 numere;

Pentru a determina cazurile favorabile, se rezolvă inecuația dată.

$$2n + 1 \leq 7 \Rightarrow 2n \leq 7 - 1 \Rightarrow 2n \leq 6 \Rightarrow n \leq 3 \Rightarrow n \in \{0, 1, 2, 3\}$$

cazuri favorabile : 4 numere;

$$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

8. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor pară și cifra unităților impară.

Rezolvare:

$$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$$

n.c.p : $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$ - în total $(99 - 10) + 1 = 90$ numere

$$\left. \begin{array}{l} \overline{ab} : a - \text{par} \Rightarrow a \in \{2, 4, 6, 8\} \\ b - \text{impar} \Rightarrow b \in \{1, 3, 5, 7, 9\} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{ab} \text{ poate lua } 4 \cdot 5 = 20 \text{ de valori.}$$

$$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}.$$

9. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor cu 2 mai mare decât cifra unităților.

Rezolvare:

$$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$$

n.c.p: $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$ - în total $(99 - 10) + 1 = 90$ numere

$\overline{ab}$; $a = b + 2$; $b \in \{0, 1, 2, \dots, 7\} \Rightarrow a \in \{2, 3, 4, \dots, 9\} \Rightarrow 8$ numere

$$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{8}{90} = \frac{2}{45}.$$

10. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 25.

Rezolvare:

$$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$$

n.c.p: $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$ - în total $(99 - 10) + 1 = 90$ numere

$$\text{multiplu de } 25 \Rightarrow 25 \cdot 1, 25 \cdot 2, 25 \cdot 3 \Rightarrow 3 \text{ numere} \Rightarrow P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}.$$

11. Determinați câte numere naturale impare, de două cifre, au cifrele elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Rezolvare:

$\overline{ab}$; $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow a$ se poate alege în 5 moduri; $b \in \{1, 3, 5\} \Rightarrow b$ se poate alege în 3 moduri.

Concluzie: $5 \cdot 3 = 15$ numere.

12. Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi, știind că aceasta are exact 15 submulțimi cu două elemente.

Rezolvare:

Notăm cu n numărul de elemente al mulțimii.

$$C_n^2 = 15 \Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 15 \Rightarrow \frac{(n-2)!(n-1)n}{2!(n-2)!} = 15 \Rightarrow \frac{(n-1)n}{2} = 15 \Rightarrow n^2 - n - 30 = 0$$

$\sqrt{\Delta} = 11 \Rightarrow n_1 = -5 \notin \mathbb{N}, n_2 = 6 \in \mathbb{N}$. În concluzie, mulțimea dată are 6 elemente.