

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați partea reală a numărului complex $(1 + 2i)^2$.
- 5p** 2. Se notează cu x_1, x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 3x + a = 0$, unde a este un număr real. Determinați a pentru care $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 5$.
- 5p** 3. Se notează cu g inversa funcției bijective $f: (0, +\infty) \rightarrow (4, +\infty)$, $f(x) = 2^x + 3$. Determinați $g(5)$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând la întâmplare una dintre submulțimile lui A , aceasta să conțină exact trei elemente.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 3)$ și $B(7, 12)$. Determinați coordonatele punctului M , știind că $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
- 5p** 6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, știind că $\frac{\sin x + 2\cos x}{\cos x} = 3$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se notează cu $D(a, b, c)$ determinatul matricei $A(a, b, c) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2a & 2b & 2c \\ 3a^2 & 3b^2 & 3c^2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.
- 5p** a) Calculați $D(0, 1, -1)$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care matricea $A(0, 1, x)$ are rangul egal cu 2.
- 5p** c) Arătați că dacă a, b, c sunt lungimile laturilor unui triunghi și $D(a, b, c) = 0$, atunci triunghiul este isoscel.
2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ și funcția $f: \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 3$.
- 5p** a) Calculați $f(\hat{1}) + f(\hat{3})$.
- 5p** b) Descompuneți în factori ireductibili peste $\mathbb{Z}_5$ polinomul $P = X^3 + 2X^2 + 4X + 3 \in \mathbb{Z}_5[X]$.
- 5p** c) Arătați că funcția f nu este surjectivă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+9}{\sqrt{x^2+3}}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x)\sqrt{x^2+3} = \frac{3-9x}{x^2+3}$, pentru orice număr real x .
- 5p** b) Determinați asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați imaginea funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.
- 5p** a) Arătați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \ln x - x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** b) Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$.
- 5p** c) Arătați că $(p+1) \int_1^x f^p(t) dt + \int_1^x f^{p+1}(t) dt = x f^{p+1}(x)$, pentru orice $x \geq 1$ și orice $p > 0$.

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianța 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(1+2i)^2 = -3+4i$ Partea reală este egală cu -3	3p 2p
2.	$x_1 + x_2 = 3$ $x_1 x_2 = a$ $a = 2$	2p 2p 1p
3.	$x = g(5) \Rightarrow f(x) = 5$ $2^x + 3 = 5$ $x = 1$	2p 2p 1p
4.	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$ Numărul cazurilor posibile este $2^5 = 32$ Numărul submulțimilor cu 3 elemente este $C_5^3 = 10$, adică 10 cazuri favorabile $p = \frac{5}{16}$	1p 2p 1p 1p
5.	$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 9\vec{j}$ și $\overrightarrow{AM} = (x_M - 1)\vec{i} + (y_M - 3)\vec{j}$ $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 1 = 2 \\ y_M - 3 = 3 \end{cases}$ $M(3, 6)$	2p 2p 1p
6.	$\sin x + 2\cos x = 3\cos x$ $\sin x = \cos x$ $x = \frac{\pi}{4}$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$D(0,1,-1) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ $D(0,1,-1) = 12$	2p 3p
b)	$A(0,1,x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2x \\ 0 & 3 & 3x^2 \end{pmatrix}$ Există minorul $d = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow \text{rang } A(0,1,x) \geq 2$ $\text{rang } A(0,1,x) = 2 \Leftrightarrow D(0,1,x) = 0$ $D(0,1,x) = 6x(x-1) \Rightarrow x = 0 \text{ sau } x = 1$	1p 1p 1p 2p

Probă scrisă la **Matematică**

Barem de evaluare și de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

Varianța 3

c)	$D(a,b,c) = 6 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$	1p
	$D(a,b,c) = 6(b-a)(c-a)(c-b)$	2p
	$D(a,b,c) = 0 \Rightarrow a = b \text{ sau } b = c \text{ sau } c = a$, deci triunghiul este isoscel	2p
2.a)	$f(\hat{1}) = \hat{0}$	2p
	$f(\hat{3}) = \hat{0}$	2p
	Finalizare	1p
b)	P are rădăcinile $\hat{1}$, $\hat{3}$ și $\hat{4}$	3p
	$P = (X - \hat{1})(X - \hat{3})(X - \hat{4}) = (X + \hat{4})(X + \hat{2})(X + \hat{1})$	2p
c)	$f(\hat{1}) = f(\hat{3})$, deci f nu este injectivă	2p
	Im f nu poate avea 5 elemente, deci f nu este nici surjectivă	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{3-9x}{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}$	4p
	Finalizare	1p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$	3p
	Dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$	2p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$	2p
	Din monotonie, valoarea maximă a funcției este $f\left(\frac{1}{3}\right) = 2\sqrt{7}$	2p
	Imaginea funcției este $(-1, 2\sqrt{7}]$	1p
2.a)	F este derivabilă și $F'(x) = \ln x$, pentru orice $x > 0$	3p
	$F' = f$	2p
b)	Aria este egală cu $\int_1^e \ln x dx =$	2p
	$= F(x) _1^e = 1$	3p
c)	$(p+1) \int_1^x f^p(t) dt = \int_1^x t \cdot (p+1) \cdot f^p(t) \cdot \frac{1}{t} dt =$	1p
	$= \int_1^x t \cdot (\ln^{p+1} t)' dt = t \cdot \ln^{p+1} t \Big _1^x - \int_1^x \ln^{p+1} t dt = x \ln^{p+1} x - \int_1^x \ln^{p+1} t dt$	3p
	Finalizare	1p