

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale;
profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul $a = \log_3 2$. Arătați că $\log_3 6 = 1 + a$.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(0,1)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = x^2 - 2x + m - 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+1) - \log_2(x+3) = -1$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$, acesta să fie divizibil cu 7.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(4, -1)$. Determinați coordonatele punctului B , știind că O este mijlocul segmentului (AB) .
- 5p 6. Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC , știind că $AB = 5$, $AC = 6$ și $BC = 7$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + ay + 3z = 1 \\ 4x + a^2y + 9z = 1 \end{cases}$$
, unde $a \in \mathbb{R}$ și se notează cu A matricea sistemului.
- 5p a) Arătați că $\det A = -a^2 + 5a - 6$.
- 5p b) Determinați valorile reale ale numărului a pentru care matricea A este inversabilă.
- 5p c) Pentru $a = 1$, rezolvați sistemul.
2. În $\mathbb{Z}_5[X]$ se consideră polinomul $f = mX^5 + nX$, cu $m, n \in \mathbb{Z}_5$.
- 5p a) Determinați $n \in \mathbb{Z}_5$ pentru care $f(\hat{1}) = m$.
- 5p b) Pentru $m = \hat{1}$ și $n = \hat{4}$, determinați rădăcinile din $\mathbb{Z}_5$ ale polinomului f .
- 5p c) Arătați că, dacă $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) \cdot \ln x}{x^2 - x - 1}$.
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x \cdot \sqrt{x+1}$.
- 5p a) Determinați primitivele funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}}$.
- 5p b) Calculați $\int_1^2 \sqrt{x+1} \cdot f(x) dx$.
- 5p c) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $h: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = e^{-x} \cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 2$ și $x = 3$.

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\log_3 6 = \log_3 3 + \log_3 2$ $1 + \log_3 2 = 1 + a$	2p 3p
2.	$A(0,1) \in G_f \Leftrightarrow f(0) = 1$ $f(0) = m - 3$ $m = 4$	2p 2p 1p
3.	$\log_2 \frac{x+1}{x+3} = -1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x+3} = 2^{-1}$ $x = 1$ Verificarea condițiilor de existență	3p 1p 1p
4.	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$ Numerele divizibile cu 7 sunt 7, 14, 21, 28 $\Rightarrow$ 4 cazuri favorabile Mulțimea are 30 de elemente $\Rightarrow$ 30 de cazuri posibile $p = \frac{2}{15}$	1p 2p 1p 1p
5.	O este mijlocul segmentului $(AB) \Leftrightarrow x_B = 2x_O - x_A \Leftrightarrow x_B = -4$ $y_B = 2y_O - y_A \Leftrightarrow y_B = 1$	3p 2p
6.	$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ $\cos A = \frac{1}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & 3 \\ 4 & a^2 & 9 \end{vmatrix} =$ $= -a^2 + 5a - 6$	2p 3p
b)	A este inversabilă $\Leftrightarrow \det A \neq 0$ $-a^2 + 5a - 6 = 0 \Rightarrow a_1 = 2, a_2 = 3$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$	2p 2p 1p
c)	$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ 4x + y + 9z = 1 \end{cases}$ $x = 0, y = 1, z = 0$	2p 3p
2.a)	$f(\hat{1}) = m + n$	2p

	$m + n = m \Leftrightarrow n = \hat{0}$	3p
b)	$f = X^5 + 4X$	1p
	$f(\hat{0}) = f(\hat{1}) = f(\hat{2}) = f(\hat{3}) = f(\hat{4}) = \hat{0}$	3p
	Rădăcinile polinomului f sunt $\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}$ și $\hat{4}$	1p
c)	$f(\hat{1}) = m + n, f(\hat{2}) = \hat{2}(m + n)$	1p
	$f(\hat{1}) = f(\hat{2}) \Rightarrow m + n = \hat{0}$	2p
	$f(\hat{3}) = \hat{3}(m + n) = \hat{0}, f(\hat{4}) = \hat{4}(m + n) = \hat{0} \Rightarrow f(\hat{3}) = f(\hat{4})$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(2x-1)(x+1) - (x^2 - x - 1)}{(x+1)^2} =$	3p
	$= \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) \cdot \ln x}{x^2 - x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x + 1} =$	2p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$	3p
c)	$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + x} = 1$	2p
	$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x - 1}{x + 1} = -2$	2p
	$y = x - 2$ este ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$	1p
2.a)	$g(x) = e^x$	2p
	$\int g(x) dx = e^x + C$	3p
b)	$\int_1^2 \sqrt{x+1} \cdot f(x) dx = \int_1^2 (x+1) \cdot e^x dx =$	1p
	$= (x+1)e^x \Big _1^2 - \int_1^2 e^x dx =$	3p
	$= 2e^2 - e$	1p
c)	$h(x) = \sqrt{x+1}$	1p
	$A = \int_2^3 h(x) dx = \int_2^3 \sqrt{x+1} dx = \frac{2}{3} (x+1)\sqrt{x+1} \Big _2^3 =$	3p
	$= \frac{2}{3} (8 - 3\sqrt{3})$	1p