

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $2^{-1} + 2^{-2} = 0,75$.
- 5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\frac{2}{x-3} < 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2} = x+2$.
- 5p 4. La o bancă a fost depusă într-un depozit suma de 900 lei cu o dobândă de $p\%$ pe an. Calculați p , știind că, după un an, în depozit suma este de 1008 lei.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $A(2,3)$. Determinați coordonatele punctului B , știind că A este mijlocul segmentului (OB) .
- 5p 6. Determinați măsura x a unui unghi ascuțit, știind că $\frac{\sin x + 4\cos x}{\cos x} = 5$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $H(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, cu $x \in (0, +\infty)$.
- 5p a) Arătați că $\det(H(x)) = 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați numărul real a , $a > 0$, astfel încât $H(x) \cdot H(a) = H(x)$, pentru orice $x > 0$.
- 5p c) Calculați determinantul matricei $H(1) + H(2) + \dots + H(2012)$.
2. În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .
- 5p a) Arătați că polinomul f se divide cu $X - 1$.
- 5p b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
- 5p c) Verificați dacă $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = 0$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este crescătoare pe intervalul $(4, +\infty)$.
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 5p a) Arătați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = xe^x - e^x + 2012$ este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Calculați $\int_1^e f(\ln x) dx$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2^{-1} + 2^{-2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$ $= \frac{3}{4} = 0,75$	3p 2p
2.	$\frac{2}{x-3} < 0 \Leftrightarrow x-3 < 0$ $x \in (-\infty, 3)$	3p 2p
3.	Condiție: $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$ $x+2 = x^2 + 4x + 4$ $x_1 = -2$ și $x_2 = -1$	1p 2p 2p
4.	Dobânda obținută este $D = 1008 \text{ lei} - 900 \text{ lei} = 108 \text{ lei}$ $\frac{p}{100} \cdot 900 = 108$ $p = 12$	1p 2p 2p
5.	$x_A = \frac{x_O + x_B}{2}$ și $y_A = \frac{y_O + y_B}{2}$ $x_B = 4$ și $y_B = 6$	3p 2p
6.	$\sin x + 4 \cos x = 5 \cos x$ $\sin x = \cos x$ $x = 45^\circ$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(H(x)) = 1 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0$ Finalizare	4p 1p
b)	$H(x) \cdot H(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln a + \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\ln a = 0 \Rightarrow a = 1$	3p 2p

c)	$H(1) + H(2) + \dots + H(2012) = \begin{pmatrix} 2012 & 0 & 0 \\ 0 & 2012 & \ln(2012!) \\ 0 & 0 & 2012 \end{pmatrix}$	3p
	$\begin{vmatrix} 2012 & 0 & 0 \\ 0 & 2012 & \ln(2012!) \\ 0 & 0 & 2012 \end{vmatrix} = 2012^3$	2p
2.a)	$f(1) = 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 1 = 0$	3p
	$f(1) = 0 \Rightarrow X - 1 \mid f$	2p
b)	$x_1 + x_2 + x_3 = -3$	1p
	$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = -3$	1p
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15$	3p
c)	$f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1 = (X - x_1)(X - x_2)(X - x_3) \Rightarrow f(2) = (2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3)$	3p
	$f(2) = 13$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x}, x > 0$	2p
	f derivabilă în $x = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = f'(4)$	2p
	Finalizare	1p
b)	f este derivabilă pe $(0, +\infty)$ și $f'(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{2x}$	2p
	$f'(x) > 0$ pentru orice $x \in (4, +\infty) \Rightarrow$ funcția f este crescătoare pe intervalul $(4, +\infty)$	3p
c)	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (\sqrt{x} - \ln x) = +\infty$	3p
	$x = 0$ este ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f	2p
2.a)	F este derivabilă și $F'(x) = xe^x + e^x - e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	3p
	$F' = f$	2p
b)	$\int_1^e f(\ln x) dx = \int_1^e x \ln x dx =$	1p
	$= \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx =$	2p
	$= \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big _1^e = \frac{e^2 + 1}{4}$	2p
c)	$V = \pi \int_1^2 g^2(x) dx =$	2p
	$= \pi \int_1^2 e^{2x} dx = \pi \frac{e^{2x}}{2} \Big _1^2 =$	2p
	$= \frac{\pi e^2 (e^2 - 1)}{2}$	1p