

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(3x+2)^2 = 4$.
- 5p 2. Determinați numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 3mx + 1$ are abscisa egală cu $\frac{3}{2}$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x} = 9$.
- 5p 4. Calculați $5C_4^2 - A_5^2$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-6,3)$ și $B(2,5)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului (AB) .
- 5p 6. Calculați lungimea diagonalei BD a rombului $ABCD$ în care $AB = 4$ și $m(\sphericalangle ABC) = 120^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & x \\ 2 & -1 & x \\ x & x & 2 \end{pmatrix}$ și se notează determinantul ei cu $\Delta(x)$.
- 5p a) Calculați $\Delta(1)$.
- 5p b) Arătați că $\Delta(x) = 6(x^2 - 1)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați inversa matricei $A(0)$.
2. În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 - X^2 + aX + b$.
- 5p a) Calculați $a + b$, știind că $f(1) = 0$.
- 5p b) Pentru $a = -1$ și $b = 1$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Determinați numerele reale a și b , știind că $x_1 = 1$ și $x_2 = 2$ sunt rădăcini ale polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$.
- 5p a) Verificați dacă $f'(x) = 1 + \ln x$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Arătați că funcția f este crescătoare pe $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \geq -\frac{1}{e}$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$.
- 5p a) Verificați dacă funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x - \frac{1}{x} + \ln x$ este o primitivă a funcției f .

- | | |
|-----------|--|
| 5p | b) Calculați $\int_1^e x \cdot f(x^2) dx$. |
| 5p | c) Determinați numărul real $a > 1$, pentru care $\int_1^a \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{3}{2}$. |

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Barem de evaluare și de notare

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$9x^2 + 12x = 0$ $x = 0$ sau $x = -\frac{4}{3}$	3p 2p
2.	$-\frac{b}{2a} = \frac{3m}{2}$ $\frac{3m}{2} = \frac{3}{2}$ $m = 1$	2p 2p 1p
3.	$3^{2x} = 3^2$ $2x = 2 \Rightarrow x = 1$	2p 3p
4.	$C_4^2 = 6$ $A_5^2 = 20$ $5C_4^2 - A_5^2 = 10$	2p 2p 1p
5.	C mijlocul lui $(AB) \Rightarrow x_C = \frac{x_A + x_B}{2}$ și $y_C = \frac{y_A + y_B}{2}$ $x_C = -2$ $y_C = 4$	1p 2p 2p
6.	$m(\angle BAD) = 60^\circ$ $\triangle ABD$ este echilateral $BD = 4$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\Delta(1) = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ $\Delta(1) = 0$	2p 3p
b)	$\Delta(x) = 2 + 2 \cdot x^2 + 2 \cdot x^2 + x^2 + x^2 - 8$ Finalizare	3p 2p
c)	$\Delta(0) = -6$ $(A(0))^{-1} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	2p 3p
2.a)	$f(1) = 1^3 - 1^2 + a \cdot 1 + b$	3p

Probă scrisă la matematică $M_{tehnologic}$

Model

Barem de evaluare și de notare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

	$a + b = 0$	2p
b)	$f = X^3 - X^2 - X + 1 \Rightarrow f = (X - 1)^2 (X + 1)$ Finalizare: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -1$	3p 2p
c)	$f(1) = 0 \Rightarrow a + b = 0$ $f(2) = 0 \Rightarrow 2a + b = -4$ Finalizare: $a = -4, b = 4$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$ Finalizare	3p 2p
b)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{e}$ $f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in \left[\frac{1}{e}, +\infty\right) \Rightarrow f$ crescătoare pe intervalul $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$	2p 3p
c)	$f'(x) \leq 0$ pentru orice $x \in \left(0, \frac{1}{e}\right] \Rightarrow f$ descrescătoare pe intervalul $\left(0, \frac{1}{e}\right]$ Din tabelul de variație al funcției obținem $f(x) \geq f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$	3p 2p
2.a)	$F'(x) = \left(x - \frac{1}{x} + \ln x\right)' = 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$ F este derivabilă pe $(0, +\infty)$ și $F' = f$	3p 2p
b)	$\int_1^e x \cdot f(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_1^e f(x^2) \cdot 2x dx = \frac{1}{2} \int_1^{e^2} f(t) dt =$ $= \frac{1}{2} \left(t - \frac{1}{t} + \ln t\right) \Big _1^{e^2} = \frac{1}{2} \left(e^2 - \frac{1}{e^2} + 2\right)$	3p 2p
c)	$\int_1^a \left(f(x) - \frac{1}{x}\right) dx = \left(x - \frac{1}{x}\right) \Big _1^a = a - \frac{1}{a}$ $a - \frac{1}{a} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 2$ sau $a = -\frac{1}{2}$ Finalizare: $a = 2$	2p 2p 1p