

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $2\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)=5$. |
| 5p | 2. Determinați valorile reale ale lui x , pentru care $f(x) \geq g(x)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 4$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{x^2+3} = 7^{4x}$. |
| 5p | 4. O firmă folosește 6000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Calculați profitul anual al firmei. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(6,4)$ și $C(0,4)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC . |
| 5p | 6. Arătați că $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ = \frac{1}{2}$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + 5$. |
| 5p | 1. Arătați că $(-1) \circ 1 = 5$. |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este asociativă. |
| 5p | 3. Verificați dacă $e = -5$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”. |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x , pentru care $x^2 \circ x = 7$. |
| 5p | 5. Demonstrați că $(x^2 - y - 5) \circ (x - y^2) = (x - y)(x + y + 1)$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 6. Determinați numerele naturale m și n , știind că $m \circ n = 6$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(0)) = 1$. |
| 5p | 2. Determinați numerele reale a , pentru care $\det(A(a)) = 0$. |
| 5p | 3. Arătați că $A(1) \cdot A(1) - 2A(1) = O_2$. |
| 5p | 4. Determinați numărul real a , pentru care $A(2) \cdot A(a) = 3A(1)$. |
| 5p | 5. Demonstrați că $\det(A(a) - A(0)) \leq 0$, pentru orice număr real a . |
| 5p | 6. Determinați numerele reale a și b , știind că $A(a) \cdot A(b) = O_2$. |

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}, 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ $2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} = 5$	3p 2p
2.	$f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow 3x - 2 \geq x + 4$ $x \geq 3 \Leftrightarrow x \in [3, +\infty)$	2p 3p
3.	$x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ $x = 1$ sau $x = 3$	3p 2p
4.	$5\% \cdot x = \frac{x}{20}$, unde x este profitul anual al firmei $\frac{x}{20} = 6\,000 \Rightarrow x = 120\,000$ de lei	3p 2p
5.	$AB = \sqrt{(6-3)^2 + (4-0)^2} = 5, AC = \sqrt{(0-3)^2 + (4-0)^2} = 5$ $BC = 6 \Rightarrow P_{\triangle ABC} = 5 + 5 + 6 = 16$	2p 3p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-1) \circ 1 = (-1) + 1 + 5 =$ $= 0 + 5 = 5$	3p 2p
2.	$(x \circ y) \circ z = (x + y + 5) \circ z = (x + y + 5) + z + 5 = x + y + z + 10$ $x \circ (y \circ z) = x \circ (y + z + 5) = x + (y + z + 5) + 5 = x + y + z + 10 = (x \circ y) \circ z$, pentru orice numere reale x, y și z , deci legea de compoziție „ $\circ$ ” este asociativă	2p 3p
3.	$x \circ (-5) = x + (-5) + 5 = x$ $(-5) \circ x = (-5) + x + 5 = x = x \circ (-5)$, pentru orice număr real x , deci $e = -5$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”	2p 3p
4.	$x^2 + x + 5 = 7 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ $x = -2$ sau $x = 1$	3p 2p
5.	$(x^2 - y - 5) \circ (x - y^2) = x^2 - y - 5 + x - y^2 + 5 =$ $= x^2 - y^2 + x - y = (x - y)(x + y) + (x - y) = (x - y)(x + y + 1)$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
6.	$m + n + 5 = 6 \Leftrightarrow m + n = 1$ Cum m și n sunt numere naturale, obținem $m = 0, n = 1$ sau $m = 1, n = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 =$ $= 1 - 0 = 1$	3p 2p
2.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{vmatrix} = 1 - a^2$ $\det(A(a)) = 0 \Leftrightarrow 1 - a^2 = 0 \Leftrightarrow a = -1 \text{ sau } a = 1$	2p 3p
3.	$A(1) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, 2A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $A(1) \cdot A(1) - 2A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	3p 2p
4.	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1+2a & a+2 \\ 2+a & 2a+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ $a = 1$	3p 2p
5.	$A(a) - A(0) = \begin{pmatrix} 0 & a \\ a & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) - A(0)) = \begin{vmatrix} 0 & a \\ a & 0 \end{vmatrix} =$ $= -a^2 \leq 0$, pentru orice număr real a	3p 2p
6.	$\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & b \\ b & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1+ab & b+a \\ a+b & ab+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ Cum $ab = -1$ și $b = -a$, obținem $a = 1, b = -1$ sau $a = -1, b = 1$	2p 3p