



Subiectul III.1

① Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 - x - 1)$

a) Arătați că $f'(x) = e^x(x^2 + x - 2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = -1$

c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{1+x^2} \cdot e^{-x}$

d) Determinați punctele de extrem.

e) Determinați punctele de inflexiune.

② Fie $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$

a) Arătați că $f'(x) = 1 + \ln x$, $\forall x \in (0, +\infty)$

b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \cdot f(x)$

c) Arătați că $f(x) \geq -\frac{1}{e}$, $\forall x \in (0, \infty)$

③ Fie $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$

a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.

c) Determinați ecuația asimptotei la $+\infty$.

d) Determinați intervalele de monotonie.