

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c) – 2 iulie 2014**  
**Matematică M\_tehnologic**

**Varianta 1**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $5(2 + \sqrt{3}) - 5\sqrt{3} = 10$ .
- 5p 2. Determinați numărul real  $a$  știind că  $f(1) = a$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 3$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(2x + 1) = \log_2 5$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, 5)$  și  $B(3, 5)$ . Calculați distanța de la punctul  $A$  la punctul  $B$ .
- 5p 6. Arătați că  $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{3}{4}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- 5p a) Arătați că  $\det A = 0$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  știind că  $B + C = A$ .
- 5p c) Arătați că  $B \cdot B + B = O_2$ , unde  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$ .
- 5p a) Arătați că  $0 \circ (-4) = -4$ .
- 5p b) Arătați că  $x \circ y = (x + 4)(y + 4) - 4$  pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x \circ x = 12$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{3}{4}$ .
- 5p c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x_0 = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - x$  și  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - 1$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 e^x dx = e - 1$ .
- 5p b) Arătați că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p c) Calculați  $\int_0^1 F(x) dx$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c) – 2 iulie 2014**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Variantă 1**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                  |                |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 1. | $5(2 + \sqrt{3}) = 10 + 5\sqrt{3}$<br>$5(2 + \sqrt{3}) - 5\sqrt{3} = 10 + 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10$                                                                                                                                                            | 3p<br>2p       |
| 2. | $f(1) = a \Rightarrow 1 + 3 = a$<br>$a = 4$                                                                                                                                                                                                                      | 3p<br>2p       |
| 3. | $2x + 1 = 5$<br>$x = 2$ care verifică ecuația                                                                                                                                                                                                                    | 3p<br>2p       |
| 4. | Sunt 9 numere de două cifre care sunt divizibile cu 10, deci sunt 9 cazuri favorabile<br>Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile<br>$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$ | 2p<br>1p<br>2p |
| 5. | $AB = \sqrt{(2-3)^2 + (5-5)^2}$<br>$AB = 1$                                                                                                                                                                                                                      | 3p<br>2p       |
| 6. | $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$<br>$\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$                                                                                                               | 2p<br>3p       |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |          |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1.a) | $\det A = \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$<br>$= 4 \cdot 2 - 1 \cdot 8 = 0$                                                                                                                                                                                                                                             | 2p<br>3p |
| b)   | $B + C = \begin{pmatrix} 4 & 2+x \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$<br>$\begin{pmatrix} 4 & 2+x \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 6$                                                                                                                                                          | 3p<br>2p |
| c)   | $B \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$<br>$B \cdot B + B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$ | 3p<br>2p |
| 2.a) | $0 \circ (-4) = 0 \cdot (-4) + 4 \cdot 0 + 4 \cdot (-4) + 12 =$<br>$= -16 + 12 = -4$                                                                                                                                                                                                                                                   | 3p<br>2p |
| b)   | $x \circ y = xy + 4x + 4y + 16 - 4 =$<br>$= x(y + 4) + 4(y + 4) - 4 = (x + 4)(y + 4) - 4$ pentru orice numere reale $x$ și $y$                                                                                                                                                                                                         | 2p<br>3p |

|    |                                                         |    |
|----|---------------------------------------------------------|----|
| c) | $(x+4)^2 - 4 = 12$                                      | 2p |
|    | $x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x_1 = -8 \text{ și } x_2 = 0$ | 3p |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|      |                                                                                                                                     |    |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.a) | $f'(x) = \frac{1}{x} - \left(-\frac{1}{x^2}\right) =$                                                                               | 3p |
|      | $= \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{x+1}{x^2}, x \in (0, +\infty)$                                                               | 2p |
| b)   | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) =$                                                                        | 3p |
|      | $= \frac{2+1}{2^2} = \frac{3}{4}$                                                                                                   | 2p |
| c)   | $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$                                                                                                           | 2p |
|      | $f(1) = -1, f'(1) = 2$ , deci ecuația tangentei este $y = 2x - 3$                                                                   | 3p |
| 2.a) | $\int_0^1 e^x dx = e^x \Big _0^1 =$                                                                                                 | 3p |
|      | $= e^1 - e^0 = e - 1$                                                                                                               | 2p |
| b)   | $F'(x) = \left(e^x - \frac{x^2}{2} - 1\right)' = e^x - x =$                                                                         | 3p |
|      | $= f(x)$ pentru orice număr real $x$ , deci $F$ este o primitivă a funcției $f$                                                     | 2p |
| c)   | $\int_0^1 F(x) dx = \int_0^1 \left(e^x - \frac{x^2}{2} - 1\right) dx = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 \frac{x^2}{2} dx - \int_0^1 dx =$ | 2p |
|      | $= e^x \Big _0^1 - \frac{x^3}{6} \Big _0^1 - x \Big _0^1 = e - 1 - \frac{1}{6} - 1 = e - \frac{13}{6}$                              | 3p |