

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} = 3$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$ cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} = 3^2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 8.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(3,1)$ și $C(3,3)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p 6. Determinați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $BC = 10$ și $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr întreg.
- 5p a) Arătați că $\det B = -5$.
- 5p b) Arătați că $\det A \neq 0$ pentru orice număr întreg a .
- 5p c) Determinați numărul întreg a știind că inversa matricei A are toate elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 5x - 5y + 30$.
- 5p a) Arătați că $1 * 5 = 5$.
- 5p b) Arătați că $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 2x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.
- 5p c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$.
- 5p b) Arătați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + \ln x + 2$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$ are aria mai mică strict decât 4.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Barem de evaluare și de notare

Variantă 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ $3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3$	3p 2p
2.	$f(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0$ Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 1$ și $y = 0$	3p 2p
3.	$x + 1 = 2$ $x = 1$	3p 2p
4.	Numerele naturale de o cifră, divizori ai lui 8, sunt 1, 2, 4 și 8, deci sunt 4 cazuri favorabile Sunt 10 numere naturale de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	2p 1p 2p
5.	$AB = 2$ $BC = 2 \Rightarrow AB = BC$, deci $\triangle ABC$ este isoscel	2p 3p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{AB}{10}$ $AB = 5$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det B = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} =$ $= 3 - 8 = -5$	2p 3p
b)	$\det A = \begin{vmatrix} a & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = 3a - 8$ $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3a - 8 \neq 0$	3p 2p
c)	$A^{-1} = \frac{1}{3a - 8} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & a \end{pmatrix}$ $3a - 8 = -1 \Rightarrow a = \frac{7}{3}$ nu este număr întreg $3a - 8 = 1 \Rightarrow a = 3$ pentru care inversa matricei A are toate elementele numere întregi	3p 1p 1p
2.a)	$1 * 5 = 1 \cdot 5 - 5 \cdot 1 - 5 \cdot 5 + 30$ $= -25 + 30 = 5$	3p 2p
b)	$x * y = xy - 5x - 5y + 25 + 5 =$ $= x(y - 5) - 5(y - 5) + 5 = (x - 5)(y - 5) + 5$ pentru orice numere reale x și y	2p 3p
c)	$(x - 5)^2 + 5 = x \Leftrightarrow x^2 - 11x + 30 = 0$ $x_1 = 5$ și $x_2 = 6$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (x^2 - x)' =$ $= (x^2)' - x' = 2x - 1, \quad x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x}{x^2} =$ $= 1$	2p 3p
c)	$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$ $f(1) = 0, \quad f'(1) = 1, \text{ deci ecuația tangentei este } y = x - 1$	2p 3p
2.a)	$\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^e =$ $= \ln e - \ln 1 = 1$	3p 2p
b)	$F'(x) = (x^2 + \ln x + 2)' = 2x + \frac{1}{x} =$ $= f(x) \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty), \text{ deci } F \text{ este o primitivă a funcției } f$	3p 2p
c)	$\mathcal{A} = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \left(2x + \frac{1}{x}\right) dx = \left(x^2 + \ln x\right) \Big _1^2 = 3 + \ln 2$ $2 < e \Rightarrow \ln 2 < \ln e \Rightarrow 3 + \ln 2 < 3 + 1 \Rightarrow \mathcal{A} < 4$	3p 2p