

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3(2 + \sqrt{2}) - 3\sqrt{2} = 6$.
- 5p 2. Calculați $f(-2) \cdot f(0)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2 + 1) = \log_3 1$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după o ieftinire cu 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2,1)$ și $R(2,3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului PR .
- 5p 6. Calculați $\cos B$, știind că $\sin B = \frac{5}{13}$ și unghiul B este ascuțit.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $\det A$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot A - xI_2 = A$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați matricele $M = \begin{pmatrix} m & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$, știind că $\det(M + A) = 0$, unde m este număr real.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de $x * y = x + y - 2$.
- 5p a) Calculați $5 * (-5)$.
- 5p b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p c) Calculați $(-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x+1)e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Verificați dacă $f''(x) + f(x) = 2f'(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Arătați că funcția f are un punct de extrem.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$.
- 5p a) Calculați $\int_4^5 xf(x) dx$.
- 5p b) Arătați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = 4 + \ln x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Determinați numărul real a , $a > 5$, pentru care aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 5$ și $x = a$, este egală cu $\ln 3$.

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3(2 + \sqrt{2}) = 6 + 3\sqrt{2}$ $6 + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 6$	2p 3p
2.	$f(-2) = -1$ $f(0) = 1$ $f(-2) \cdot f(0) = -1$	2p 2p 1p
3.	$x^2 + 1 = 1$ $x = 0$	2p 3p
4.	$10\% \cdot 1000 = 100$ Prețul după ieftinire este 900 de lei	2p 3p
5.	M mijlocul lui $(PR) \Rightarrow x_M = \frac{x_P + x_R}{2}$ și $y_M = \frac{y_P + y_R}{2}$ $x_M = 2$ $y_M = 2$	1p 2p 2p
6.	$\sin^2 B + \cos^2 B = 1 \Rightarrow \cos B = \sqrt{1 - \sin^2 B}$ $\cos B = \frac{12}{13}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 =$ $= -1$	3p 2p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot A - xI_2 = \begin{pmatrix} 2-x & 1 \\ 1 & 1-x \end{pmatrix}$ $A \cdot A - xI_2 = A \Leftrightarrow x = 1$	3p 2p
c)	$\det(M + A) = \begin{vmatrix} m+1 & m+1 \\ m+1 & 1 \end{vmatrix} = -m^2 - m$ $m = -1$ sau $m = 0 \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ sau $M = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	3p 2p
2.a)	$5 * (-5) = 5 + (-5) - 2$ $= -2$	3p 2p
b)	$x * y = x + y - 2$ și $y * x = y + x - 2$, pentru orice numere reale x și y $x * y = y * x$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p

c)	$(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3 = ((-3)*3)*((-2)*2)*((-1)*1)*0 =$ $= (-2)*(-2)*(-2)*0 = -12$	2p 3p
-----------	---	------------------------

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = x'e^x + x(e^x)' = e^x + xe^x =$ $= (x+1)e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$f''(x) = (x+2)e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ $f''(x) + f(x) = (x+2)e^x + xe^x = 2(x+1)e^x = 2f'(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1$ $f'(-1) = 0$, $f'(x) < 0$ pentru $x \in (-\infty, -1)$ și $f'(x) > 0$ pentru $x \in (-1, +\infty) \Rightarrow$ funcția f are un punct de extrem, $x = -1$	2p 3p
2.a)	$\int_4^5 xf(x)dx = \int_4^5 1 \cdot dx =$ $= x \Big _4^5 = 1$	2p 3p
b)	$F'(x) = (4 + \ln x)' = \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$ $F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in (0, +\infty) \Rightarrow F$ este o primitivă a funcției f	3p 2p
c)	$\mathcal{A} = \int_5^a f(x) dx = \int_5^a \frac{1}{x} dx =$ $= \ln a - \ln 5 = \ln 3 \Rightarrow a = 15$	2p 3p