

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $1 - \frac{1}{2} : 0,5 = 0$.
- 5p 2. Arătați că $2(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 1$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 8x + 15 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x+1} = 6$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, acesta să fie divizibil cu 2.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$ și $B(0,8)$. Calculați lungimea segmentului AB .
- 5p 6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC , dreptunghic în A , știind că $BC = 3\sqrt{2}$ și $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot A + I_2 = 2A$.
- 5p c) Determinați numerele reale a , b și c , pentru care $A \cdot \begin{pmatrix} a-2 & b \\ c+1 & 1 \end{pmatrix} = I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ (-3) = -3$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = (x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui x , pentru care $x \circ x \leq x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 7$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 6x(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 11}{x - 2} = 12$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \geq 6$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - 3x) dx = \frac{2}{3}$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x^2) e^x dx = 3$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{3f(x)}{x}$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{2} : 0,5 = 1$	3p
	$1 - \frac{1}{2} : 0,5 = 1 - 1 = 0$	2p
2.	$x_1 + x_2 = 8, x_1 x_2 = 15$	2p
	$2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 2 \cdot 8 - 15 = 1$	3p
3.	$5x + 1 = 36$	3p
	$x = 7$, care verifică ecuația	2p
4.	Mulțimea A are 8 elemente, deci sunt 8 cazuri posibile	1p
	Numerele divizibile cu 2 din mulțimea A sunt 2, 4, 6 și 8, deci sunt 4 cazuri favorabile	2p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	2p
5.	$AB = \sqrt{(0-6)^2 + (8-0)^2} =$	3p
	$= 10$	2p
6.	$\cos B = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AB}{3\sqrt{2}}$	3p
	$AB = 3$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 0 \cdot (-2) =$	3p
	$= 1 - 0 = 1$	2p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot A + I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$	3p
	$= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = 2A$	2p
c)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a-2 & b \\ c+1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a-2 & b \\ -2(a-2)+c+1 & -2b+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p
	$a = 3, b = 0, c = 1$	3p
2.a)	$1 \circ (-3) = 1 \cdot (-3) + 3 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) + 6 =$	3p
	$= -3 + 3 + (-9) + 6 = -3$	2p
b)	$x \circ y = xy + 3x + 3y + 9 - 3 =$	2p
	$= x(y+3) + 3(y+3) - 3 = (x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y	3p

c)	$(x+3)(x+3)-3 \leq x \Leftrightarrow (x+3)(x+2) \leq 0$	3p
	$x \in [-3, -2]$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (2x^3)' - (3x^2)' + 7' =$	2p
	$= 6x^2 - 6x = 6x(x-1), x \in \mathbb{R}$	3p
b)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 11}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) =$	3p
	$= 6 \cdot 2 \cdot 1 = 12$	2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ sau } x = 1$	2p
	$x \in [0, 1] \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[0, 1]$	1p
	$x \in [1, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[1, +\infty)$	1p
	Cum $f(1) = 6$, obținem $f(x) \geq 6$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$	1p
2.a)	$\int_{-1}^1 (f(x) - 3x) dx = \int_{-1}^1 (x^2 + 3x - 3x) dx = \int_{-1}^1 x^2 dx =$	2p
	$= \frac{x^3}{3} \Big _{-1}^1 = \frac{2}{3}$	3p
b)	$\int_0^1 (f(x) - x^2) e^x dx = \int_0^1 (x^2 + 3x - x^2) e^x dx = 3 \int_0^1 x e^x dx = 3 \left(x e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx \right) =$	3p
	$= 3(x-1)e^x \Big _0^1 = 3$	2p
c)	$g(x) = 3(x+3) \Rightarrow V = \pi \int_1^2 g^2(x) dx = \pi \int_1^2 9(x+3)^2 dx = 9\pi \cdot \frac{(x+3)^3}{3} \Big _1^2 =$	3p
	$= 183\pi$	2p