

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 01

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Arătați că $1 - \frac{1}{4} : 0,25 = 0$.
5p	2. Calculați $f(-1) \cdot f(1)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x - 3} = 5$.
5p	4. Un obiect costă 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 20%.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 4)$ și $B(5, 4)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B .
5p	6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC , dreptunghic în A , știind că $AC = 6$ și $B = \frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & -1 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
5p	a) Arătați că $\det A = -4$.
5p	b) Arătați că $\det(A - 2B) = 0$, pentru orice numere reale x și y .
5p	c) Determinați numerele reale x și y , pentru care $A \cdot B = B \cdot A$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$.
5p	a) Arătați că $1 \circ (-2) = -2$.
5p	b) Demonstrați că $x \circ y = (x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x și y .
5p	c) Determinați numerele reale nenule x , pentru care $x \circ \frac{1}{x} = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$.
5p	a) Arătați că $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.
5p	b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x f'(x)}{f(x)} = 3$.
5p	c) Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta $y = 4x + 1$.
	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 + x^3 + 2x$.
5p	a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - x^3 - 2x) dx = 0$.
5p	b) Arătați că $\int_0^2 e^x (f(x) - x^5 - x^3 + 1) dx = 3e^2 + 1$.
5p	c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe $\mathbb{R}$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 01

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{4} : 0,25 = 1$	3p
	$1 - \frac{1}{4} : 0,25 = 1 - 1 = 0$	2p
2.	$f(-1) = 0$	3p
	$f(-1) \cdot f(1) = 0$	2p
3.	$2x - 3 = 25$	3p
	$x = 14$, care verifică ecuația	2p
4.	20% din 100 este egal cu $\frac{20}{100} \cdot 100 = 20$	3p
	Prețul după scumpire este $100 + 20 = 120$ de lei	2p
5.	$AB = \sqrt{(5-2)^2 + (4-4)^2} =$	3p
	$= 3$	2p
6.	$\triangle ABC$ este isoscel $\Rightarrow AB = AC =$	3p
	$= 6$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-2) - 1 \cdot 2 =$	3p
	$= -2 - 2 = -4$	2p
b)	$A - 2B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2x & 2 \\ 2y & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2x & 0 \\ 1-2y & 0 \end{pmatrix}$	2p
	$\det(A - 2B) = \begin{vmatrix} 1-2x & 0 \\ 1-2y & 0 \end{vmatrix} = 0$, pentru orice numere reale x și y	3p
c)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} x+2y & -1 \\ x-2y & 3 \end{pmatrix}, B \cdot A = \begin{pmatrix} x+1 & 2x-2 \\ y-1 & 2y+2 \end{pmatrix}$	2p
	$\begin{pmatrix} x+2y & -1 \\ x-2y & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+1 & 2x-2 \\ y-1 & 2y+2 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$	3p
2.a)	$1 \circ (-2) = 1 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) + 2 =$	3p
	$= -2 + 2 - 4 + 2 = -2$	2p
b)	$x \circ y = xy + 2x + 2y + 4 - 2 =$	3p
	$= x(y+2) + 2(y+2) - 2 = (x+2)(y+2) - 2$, pentru orice numere reale x și y	2p

c)	$(x+2)\left(\frac{1}{x}+2\right)-2=x \Leftrightarrow (x+2)\left(\frac{1}{x}+2\right)=x+2 \Leftrightarrow (x+2)\left(\frac{1}{x}+1\right)=0$ $x=-2 \text{ sau } x=-1$	3p 2p
----	--	---------------------

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (x^3)' + (x^2)' - x' + 1' =$ $= 3x^2 + 2x - 1 + 0 = 3x^2 + 2x - 1, x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x f'(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 + 2x^2 - x}{x^3 + x^2 - x + 1} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}} = 3$	2p 3p
c)	$f'(x) = 4$ $3x^2 + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{3} \text{ sau } x = 1$	2p 3p
2.a)	$\int_{-1}^1 (f(x) - x^3 - 2x) dx = \int_{-1}^1 (x^5 + x^3 + 2x - x^3 - 2x) dx = \int_{-1}^1 x^5 dx =$ $= \frac{x^6}{6} \Big _{-1}^1 = \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = 0$	2p 3p
b)	$\int_0^2 e^x (f(x) - x^5 - x^3 + 1) dx = \int_0^2 e^x (2x + 1) dx = e^x (2x + 1) \Big _0^2 - \int_0^2 2e^x dx =$ $= 5e^2 - 1 - 2(e^2 - 1) = 3e^2 + 1$	3p 2p
c)	F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x), x \in \mathbb{R}$ $F''(x) = f'(x) = 5x^4 + 3x^2 + 2 \geq 0$, pentru orice număr real x, deci F este convexă pe $\mathbb{R}$	2p 3p