

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{1}{2} : 0,5 - 1 = 0$.
- 5p 2. Calculați $f(-1) + f(0) + f(1)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+1} = 5$.
- 5p 4. Un obiect costă 150 lei. Calculați prețul obiectului după o scumpire cu 30%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,5)$ și $B(3,5)$. Determinați distanța de la punctul A la punctul B .
- 5p 6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $AC = 5$ și $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $M = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det M = 4$.
- 5p b) Arătați că $M \cdot M + 3M + 4I_2 = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați numerele reale a și b astfel încât $M \cdot M \cdot M = aM + bI_2$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 5X^2 + 5X - 1$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Arătați că $f(a) + f(-a) + 2 \leq 0$, pentru orice număr real a .
- 5p c) Demonstrați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 6(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(2012) + f(2014) \leq f(2013) + f(2015)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) + 4) dx = \frac{1}{3}$.
- 5p b) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x)+5}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.
- 5p c) Determinați numărul real a , $a > 1$, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)+4}{x} dx = 12$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Variantă 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$0,5 = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} - 1 = 0$	2p 3p
2.	$f(-1) = 0$, $f(0) = 0$ și $f(1) = 2$ $f(-1) + f(0) + f(1) = 2$	3p 2p
3.	$3x + 1 = 25$ $x = 8$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	30% din 150 este $\frac{30}{100} \cdot 150 = 45$ Prețul după scumpire este $150 + 45 = 195$ de lei	3p 2p
5.	$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (5-5)^2} =$ $= 2$	3p 2p
6.	$\triangle ABC$ este isoscel $AB = 5$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det M = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = (-2) \cdot (-1) - 2 \cdot (-1) =$ $= 2 - (-2) = 4$	3p 2p
b)	$M \cdot M = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $3M = \begin{pmatrix} -6 & 6 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$, $4I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $M \cdot M + 3M + 4I_2 = \begin{pmatrix} 2-6+4 & -6+6+0 \\ 3-3+0 & -1-3+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	3p 2p
c)	$M \cdot M \cdot M = \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$, $aM + bI_2 = \begin{pmatrix} -2a+b & 2a \\ -a & -a+b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2a+b & 2a \\ -a & -a+b \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = 5, b = 12$	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 - 5 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 1 =$ $= 1 - 5 + 5 - 1 = 0$	3p 2p
b)	$f(a) = a^3 - 5a^2 + 5a - 1$, $f(-a) = -a^3 - 5a^2 - 5a - 1$ $f(a) + f(-a) + 2 = -10a^2 \leq 0$, pentru orice număr real a	2p 3p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 5, x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 5, x_1x_2x_3 = 1$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 = 15 \cdot 1 = 15x_1x_2x_3$	3p 2p
-----------	--	------------------------

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 6x^2 - 6 =$ $= 6(x^2 - 1) = 6(x-1)(x+1), x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$f(1) = -3, f'(1) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x-1) \Rightarrow y = -3$	2p 3p
c)	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty)$, deci f este crescătoare pe intervalul $[1, +\infty)$ $f(2012) \leq f(2013)$ și $f(2014) \leq f(2015)$, deci $f(2012) + f(2014) \leq f(2013) + f(2015)$	3p 2p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) + 4) dx = \int_0^1 x^2 dx =$ $= \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$	2p 3p
b)	$\mathcal{A} = \int_0^1 g(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx = \arctg x \Big _0^1 =$ $= \arctg 1 - \arctg 0 = \frac{\pi}{4}$	3p 2p
c)	$\int_1^a \frac{f(x) + 4}{x} dx = \int_1^a x dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^a = \frac{a^2}{2} - \frac{1}{2}$ $\frac{a^2}{2} - \frac{1}{2} = 12 \Leftrightarrow a^2 - 25 = 0$ și, cum $a > 1$, obținem $a = 5$	3p 2p