

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(4 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{8}{15} = 2$.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(1,5)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + m$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să verifice egalitatea $(n-2)(n-4) = 0$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,3)$, $N(4,3)$ și $P(4,0)$. Calculați perimetrul triunghiului MNP .
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 120^\circ - \cos^2 30^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = -13$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -10 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B \cdot B - xI_2) = 0$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 - X - 3$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X - 2$.
- 5p c) Demonstrați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 6(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0$.
- 5p c) Demonstrați că $0 \leq f(x) \leq 8$, pentru orice $x \in [-1, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 5x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 5x) dx = \frac{1}{3}$.
- 5p b) Arătați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 2017$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Demonstrați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ este egal cu $\frac{127\pi}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$ $\frac{15}{4} \cdot \frac{8}{15} = 2$	3p 2p
2.	$f(1) = 5 \Leftrightarrow 1 + m = 5$ $m = 4$	3p 2p
3.	$x^2 + x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 + x = 0$ $x = -1$ sau $x = 0$, care convin	2p 3p
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile Numerele din mulțimea A care verifică egalitatea dată sunt 2 și 4, deci sunt 2 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{2}{9}$	1p 2p 2p
5.	$MN = 4$, $NP = 3$, $MP = 5$ $P_{\triangle MNP} = 4 + 3 + 5 = 12$	3p 2p
6.	$\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin^2 120^\circ - \cos^2 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-4) - 3 \cdot 3 =$ $= -4 - 9 = -13$	3p 2p
b)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ $B \cdot A = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 8 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -10 & 0 \end{pmatrix}$	2p 3p
c)	$B \cdot B = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$, $B \cdot B - xI_2 = \begin{pmatrix} 8-x & 8 \\ 8 & 8-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B \cdot B - xI_2) = \begin{vmatrix} 8-x & 8 \\ 8 & 8-x \end{vmatrix} = x^2 - 16x$ $x^2 - 16x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ sau $x = 16$	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 1 - 3 =$ $= 1 + 3 - 1 - 3 = 0$	3p 2p
b)	Câtul este $X^2 + 5X + 9$ Restul este 15	3p 2p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -3, \quad x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -1$	2p
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) = 9 - 2 \cdot (-1) = 11$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 6x^2 - 6 =$ $= 6(x^2 - 1) = 6(x-1)(x+1), \quad x \in \mathbb{R}$	3p
		2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} =$ $= f'(1) = 0$	2p
		3p
c)	$x \in [-1, 1] \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-1, 1]$ Cum $f(-1) = 8$ și $f(1) = 0$, obținem $0 \leq f(x) \leq 8$, pentru orice $x \in [-1, 1]$	2p
		3p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - 5x) dx = \int_0^1 (x^2 + 5x - 5x) dx = \int_0^1 x^2 dx =$ $= \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$	2p
		3p
b)	$F'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 2017 \right)' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + \frac{5}{2} \cdot 2x =$ $= x^2 + 5x = f(x), \quad x \in \mathbb{R}$	3p
		2p
c)	$g(x) = x + 5 \Rightarrow V = \pi \int_1^2 g^2(x) dx = \pi \int_1^2 (x^2 + 10x + 25) dx =$ $= \pi \left(\frac{x^3}{3} + 5x^2 + 25x \right) \Big _1^2 = \frac{127\pi}{3}$	3p
		2p