

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Arătați că media geometrică a numerelor $a = 16$ și $b = 9$ este egală cu 12. |
| 5p | 2. Determinați numărul real m pentru care $f(2) = 0$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1} = 3^5$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să fie multiplu de 2. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 3)$ și $B(5, 3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB . |
| 5p | 6. Arătați că $\sin x = \frac{1}{2}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ și $C(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real. |
| 5p | a) Arătați că $\det A = -5$. |
| 5p | b) Arătați că $\det(A + C(-1)) = \det B$. |
| 5p | c) Determinați numărul real x pentru care $C(x) \cdot A - A \cdot C(x) = B$. |
| | 2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 - 6X + 3$. |
| 5p | a) Arătați că $f(1) = 0$. |
| 5p | b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 3X - 3$. |
| 5p | c) Demonstrați că $x_1 + x_2 + x_3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = 0$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f . |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 1$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$. |
| 5p | b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^3}{x}$. |
| 5p | c) Arătați că $-1 \leq f(x) \leq 3$, pentru orice $x \in [-1, 1]$. |
| | 2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$. |
| 5p | a) Arătați că $\int_2^3 \left(f(x) - \frac{1}{x}\right) dx = 5$. |
| 5p | b) Demonstrați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + \ln x + 2015$ este o primitivă a funcției f . |
| 5p | c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - 2x$. |

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$m_g = \sqrt{16 \cdot 9} =$ $= 4 \cdot 3 = 12$	3p 2p
2.	$f(2) = 2 + m$ $2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -2$	2p 3p
3.	$2x + 1 = 5$ $x = 2$	3p 2p
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile În mulțimea A sunt 4 multipli de 2, deci sunt 4 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{9}$	1p 2p 2p
5.	$x_M = 2$ $y_M = 3$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB	3p 2p
6.	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{1}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 3 =$ $= 1 - 6 = -5$	3p 2p
b)	$C(-1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $A + C(-1) = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + C(-1)) = -16$ $\det B = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -16$, deci $\det(A + C(-1)) = \det B$	3p 2p
c)	$C(x) \cdot A = \begin{pmatrix} x+2 & 3x+1 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$, $A \cdot C(x) = \begin{pmatrix} x+6 & 10 \\ 2x+2 & 5 \end{pmatrix}$, $C(x) \cdot A - A \cdot C(x) = \begin{pmatrix} -4 & 3x-9 \\ 6-2x & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -4 & 3x-9 \\ 6-2x & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 3$	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 3 =$ $= 1 + 2 - 6 + 3 = 0$	3p 2p
b)	Câtul este $X - 1$ Restul este 0	3p 2p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -2, x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -6, x_1x_2x_3 = -3$	3p
	$x_1 + x_2 + x_3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = (x_1 + x_2 + x_3) + \frac{x_2x_3 + x_1x_3 + x_1x_2}{x_1x_2x_3} = -2 + \frac{-6}{-3} = 0$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 3x^2 - 3 =$	3p
	$= 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1), x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^3}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 1}{x} =$	2p
	$= -3$	3p
c)	$f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [-1, 1]$	2p
	$f(1) \leq f(x) \leq f(-1)$, deci $-1 \leq f(x) \leq 3$, pentru orice $x \in [-1, 1]$	3p
2.a)	$\int_2^3 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = \int_2^3 2x dx = x^2 \Big _2^3 =$	3p
	$= 9 - 4 = 5$	2p
b)	$F'(x) = (x^2 + \ln x + 2015)' =$	2p
	$= 2x + \frac{1}{x} = f(x)$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$, deci F este o primitivă a funcției f	3p
c)	$V = \pi \int_1^2 (f(x) - 2x)^2 dx = \pi \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx =$	3p
	$= \pi \left(-\frac{1}{x} \right) \Big _1^2 = \frac{\pi}{2}$	2p