

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Arătați că $2(2 + \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} = 4$. |
| 5p | 2. Calculați $f(4) + f(-4)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 4$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{2x} = 49$. |
| 5p | 4. Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 10%. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,3)$ și $B(4,1)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B . |
| 5p | 6. Calculați $\sin 45^\circ - \sin 135^\circ$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & m \\ m & m+1 \end{pmatrix}$, unde m este număr real. |
| 5p | a) Calculați $\det A$. |
| 5p | b) Pentru $m = -2$, arătați că $A + B = O_2$. |
| 5p | c) Determinați numărul real m pentru care $A \cdot B = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 7 & 16 \end{pmatrix}$. |
| | 2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 + X$. |
| 5p | a) Arătați că $f(-1) = 0$. |
| 5p | b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 + X$. |
| 5p | c) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, știind că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f . |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | 1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 10 - \frac{11}{x}$. |
| 5p | a) Verificați dacă $f'(x) = \frac{x^2 + 11}{x^2}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$. |
| 5p | b) Arătați că funcția f este crescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$. |
| 5p | c) Arătați că funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$. |
| | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 9$. |
| 5p | a) Calculați $\int_1^2 f'(x) dx$. |
| 5p | b) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{3}{2} + 9 \ln 2$. |
| 5p | c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - x^2$ este egal cu 81π . |

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2(2 + \sqrt{3}) = 4 + 2\sqrt{3}$ $4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4$	2p 3p
2.	$f(4) = 8$ $f(-4) = 0$ $f(4) + f(-4) = 8$	2p 2p 1p
3.	$7^{2x} = 7^2$ $x = 1$	2p 3p
4.	$\frac{10}{100} \cdot 1000 = 100$ Prețul după scumpire este 1100 de lei	2p 3p
5.	$AB = \sqrt{(4-4)^2 + (1-3)^2}$ $AB = 2$	3p 2p
6.	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin 45^\circ - \sin 135^\circ = 0$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 4 =$ $= -5$	3p 2p
b)	Pentru $m = -2$ avem $A + B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	3p 2p
c)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2m-1 & m+2 \\ m+2 & 3m+1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2m-1 & m+2 \\ m+2 & 3m+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 7 & 16 \end{pmatrix} \Leftrightarrow m = 5$	3p 2p
2.a)	$f(-1) = (-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 + (-1) =$ $= -1 + 2 - 1 = 0$	2p 3p

b)	Câtul este $X + 1$ Restul este 0	2p 3p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -2, \quad x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 1$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (-2)^2 - 2 \cdot 1 = 2$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = x' + 10' - \left(\frac{11}{x}\right)' = 1 - 11 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) =$ $= 1 + \frac{11}{x^2} = \frac{x^2 + 11}{x^2}, \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty)$	3p 2p
b)	$x \in (0, +\infty) \Rightarrow x^2 + 11 > 0$ $f'(x) = \frac{x^2 + 11}{x^2} \Rightarrow f'(x) > 0, \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty) \Rightarrow f \text{ este crescătoare pe } (0, +\infty)$	3p 2p
c)	$f''(x) = -\frac{22}{x^3}, \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty)$ $f''(x) < 0, \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty) \Rightarrow f \text{ este concavă pe intervalul } (0, +\infty)$	2p 3p
2.a)	$\int_1^2 f'(x) dx = f(x) \Big _1^2 =$ $= f(2) - f(1) = 3$	3p 2p
b)	$\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^2 \left(x + \frac{9}{x}\right) dx =$ $= \left(\frac{x^2}{2} + 9 \ln x\right) \Big _1^2 = \frac{3}{2} + 9 \ln 2$	2p 3p
c)	$V = \pi \int_0^1 g^2(x) dx = \pi \int_0^1 (x^2 + 9 - x^2)^2 dx =$ $= \pi \cdot 81x \Big _0^1 = 81\pi$	2p 3p