

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(2 + \frac{1}{3}\right) : \frac{7}{6} = 2$.
- 5p 2. Arătați că $(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 1$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 5x + 4 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x-5} = 2$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 25%, prețul unui televizor este 600 de lei. Determinați prețul televizorului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $M(8,6)$. Calculați distanța dintre punctele O și M .
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 135^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p b) Arătați că $(A+B)(B-A) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -12 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A \cdot X = B$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 3$.
- 5p a) Arătați că $1 * 2 = 0$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $(x^2) * x = -1$.
- 5p c) Determinați numerele naturale nenule n pentru care $n * n * n * n < 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x+1)(3x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x f'(x)} = \frac{1}{3}$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \geq -\frac{4}{27}$, pentru orice $x \in [-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 1) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 2017$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Determinați numărul natural n , știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 2$ are aria egală cu $n^2 - \frac{7}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ $\frac{7}{3} : \frac{7}{6} = \frac{7}{3} \cdot \frac{6}{7} = 2$	3p 2p
2.	$x_1 + x_2 = 5, x_1 x_2 = 4$ $(x_1 + x_2)^2 - 6x_1 x_2 = 25 - 24 = 1$	2p 3p
3.	$3x - 5 = 4$ $x = 3$, care convine	3p 2p
4.	$p - 25\% \cdot p = 600$, unde p este prețul televizorului înainte de ieftinire $p = 800$ de lei	3p 2p
5.	$OM = \sqrt{(8-0)^2 + (6-0)^2} =$ $= 10$	3p 2p
6.	$\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin^2 135^\circ + \sin^2 45^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 0 \cdot 2 =$ $= 2 - 0 = 2$	3p 2p
b)	$A + B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $B - A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow (A + B)(B - A) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -8 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -12 \end{pmatrix}$	2p 3p
c)	$\det A \neq 0, A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ $X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	3p 2p
2.a)	$1 * 2 = 1 + 2 - 3 =$ $= 3 - 3 = 0$	3p 2p

b)	$x^2 + x - 3 = -1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ $x = -2$ sau $x = 1$	3p 2p
c)	$n * n * n * n = 4n - 9$ $4n - 9 < 3 \Rightarrow n < 3$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n = 1$ sau $n = 2$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (x^3)' + (2x^2)' + (x)' =$ $= 3x^2 + 4x + 1 = (x+1)(3x+1), x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x f'(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x(x+1)(3x+1)} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(3 + \frac{1}{x}\right)} = \frac{1}{3}$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = -\frac{1}{3}$ $x \in \left[-1, -\frac{1}{3}\right] \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci funcția f este descrescătoare pe $\left[-1, -\frac{1}{3}\right]$ și $x \in \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right) \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci funcția f este crescătoare pe $\left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$ $f(x) \geq f\left(-\frac{1}{3}\right)$ pentru orice $x \in [-1, +\infty)$ și, cum $f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{4}{27}$, obținem $f(x) \geq -\frac{4}{27}$, pentru orice $x \in [-1, +\infty)$	1p 2p 2p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - x^2 - 1) dx = \int_0^1 (x^2 + x + 1 - x^2 - 1) dx = \int_0^1 x dx =$ $= \frac{x^2}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$	2p 3p
b)	$F'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 2017\right)' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + \frac{1}{2} \cdot 2x + 1 =$ $= x^2 + x + 1 = f(x), x \in \mathbb{R}$	3p 2p
c)	$\mathcal{A} = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (x^2 + x + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x\right) \Big _0^2 = \frac{20}{3}$ Cum n este număr natural, din $n^2 - \frac{7}{3} = \frac{20}{3}$, obținem $n = 3$	3p 2p