

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{3} = 1$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy , unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + x + 2015$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2} = 2$.
- 5p 4. După o reducere cu 10% un obiect costă 99 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de reducere.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,1)$ și $N(4,1)$. Determinați lungimea segmentului MN .
- 5p 6. Arătați că $\sin x = \frac{4}{5}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot A = xA$.
- 5p c) Arătați că $\det(A + I_2) + \det(A - I_2) = 2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + 1$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = -2$.
- 5p b) Arătați că polinomul f este divizibil cu polinomul $X + 1$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_2 x_3} + \frac{1}{x_3 x_1} = a(x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1)$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{1}{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2) dx = \frac{1}{3}$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(3) = 5$.
- 5p c) Arătați că suprafața delimitată de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^x \cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$, are aria egală cu $3e - 4$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3} + 1$ $\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} = 1$	3p 2p
2.	$f(0) = 2015$ Coordonatele punctului de intersecție cu axa Oy sunt $x = 0$ și $y = 2015$	3p 2p
3.	$x + 2 = 4$ $x = 2$, care verifică ecuația	2p 3p
4.	$p - 10\% \cdot p = 99$, unde p este prețul obiectului înainte de reducere $p = 110$ lei	3p 2p
5.	$MN = \sqrt{(4-2)^2 + (1-1)^2} =$ $= 2$	3p 2p
6.	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{4}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 0$	2p 3p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$, $xA = \begin{pmatrix} 2x & x \\ 2x & x \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & x \\ 2x & x \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 3$	3p 2p
c)	$\det(A + I_2) = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 4$, $\det(A - I_2) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -2$ $\det(A + I_2) + \det(A - I_2) = 4 + (-2) = 2$	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 =$ $= 1 - 2 - 2 + 1 = -2$	3p 2p
b)	$f(-1) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 1 =$ $= -1 - 2 + 2 + 1 = 0$, deci polinomul f este divizibil cu polinomul $X + 1$	3p 2p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 2, \quad x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -2, \quad x_1x_2x_3 = -1$ $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{x_1x_2x_3} = a(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) \Leftrightarrow \frac{2}{-1} = a \cdot (-2) \Leftrightarrow a = 1$	3p 2p
-----------	---	----------------------------

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = x' - \left(\frac{1}{x}\right)' =$ $= 1 - \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 1 + \frac{1}{x^2}, \quad x \in (0, +\infty)$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{x}\right) = 0$, deci dreapta de ecuație $y = x$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	2p 3p
c)	$f''(x) = -\frac{2}{x^3}, \quad x \in (0, +\infty)$ $f''(x) < 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$, deci funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - 2) dx = \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$	3p 2p
b)	$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = \frac{x^3}{3} + 2x + c, \quad \text{unde } c \in \mathbb{R}$ $F(3) = 5 \Rightarrow c = -10$, deci $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2x - 10$	2p 3p
c)	$\mathcal{A} = \int_0^1 e^x (x^2 + 2) dx = e^x (x^2 + 2) \Big _0^1 - \int_0^1 2xe^x dx = 3e - 2 - \left(2xe^x \Big _0^1 - \int_0^1 2e^x dx \right) =$ $= 3e - 2 - 2e + 2e^x \Big _0^1 = 3e - 4$	3p 2p