

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Variantă 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{12} = 1$.
- 5p 2. Arătați că $4(x_1 + x_2) - 3x_1x_2 = 2$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 5x + 6 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-1} = 2$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 10%, prețul unui obiect este 90 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,1)$ și $B(3,1)$. Calculați lungimea segmentului AB .
- 5p 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{4}{5}$, arătați că $\sin x = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = -5$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot B = B \cdot A$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numărul real x , pentru care $A \cdot A - 3(A + B) = I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{3}xy + x + y$.
- 5p a) Arătați că $1 * (-3) = -3$.
- 5p b) Demonstrați că $x * y = \frac{1}{3}(x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale nenule x , pentru care $x * \frac{1}{x} = -3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 3x}{x} = 0$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \geq -2$, pentru orice $x \in [-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 + x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x - 1) dx = \frac{1}{5}$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^e (f(x) - x^4 - 1) \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}$.
- 5p c) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Variantă 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$	3p
	$\frac{1}{12} : \frac{1}{12} = 1$	2p
2.	$x_1 + x_2 = 5, \quad x_1 x_2 = 6$	2p
	$4(x_1 + x_2) - 3x_1 x_2 = 4 \cdot 5 - 3 \cdot 6 = 2$	3p
3.	$x - 1 = 4$	3p
	$x = 5$, care verifică ecuația	2p
4.	$p - 10\% \cdot p = 90$, unde p este prețul obiectului înainte de ieftinire	3p
	$p = 100$ de lei	2p
5.	$AB = \sqrt{(3-5)^2 + (1-1)^2} =$	3p
	$= 2$	2p
6.	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$	3p
	Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{3}{5}$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 =$	3p
	$= 4 - 9 = -5$	2p
b)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2x+3 & 2+3x \\ 3x+2 & 3+2x \end{pmatrix}$	2p
	$B \cdot A = \begin{pmatrix} 2x+3 & 3x+2 \\ 2+3x & 3+2x \end{pmatrix} = A \cdot B$, pentru orice număr real x	3p
c)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 13 & 12 \\ 12 & 13 \end{pmatrix}, \quad A + B = \begin{pmatrix} 2+x & 4 \\ 4 & 2+x \end{pmatrix}$	2p
	$A \cdot A - 3(A + B) = I_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 13-3(2+x) & 12-12 \\ 12-12 & 13-3(2+x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 2$	3p
2.a)	$1 * (-3) = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot (-3) + 1 + (-3) =$	3p
	$= -1 + 1 + (-3) = -3$	2p

b)	$x * y = \frac{1}{3}xy + x + y + 3 - 3 = \frac{1}{3}(xy + 3x + 3y + 9) - 3 =$	3p
	$= \frac{1}{3}(x(y+3) + 3(y+3)) - 3 = \frac{1}{3}(x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y	2p
c)	$\frac{1}{3}(x+3)\left(\frac{1}{x}+3\right) - 3 = -3 \Leftrightarrow (x+3)\left(\frac{1}{x}+3\right) = 0$	3p
	$x = -3$ sau $x = -\frac{1}{3}$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 3x^2 - 3 =$	3p
	$= 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x} =$	2p
	$= \lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$	3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = 1$	2p
	$x \in [-1, 1] \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-1, 1]$	1p
	$x \in [1, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[1, +\infty)$	1p
	Cum $f(1) = -2$, obținem $f(x) \geq -2$, pentru orice $x \in [-1, +\infty)$	1p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - x - 1) dx = \int_0^1 (x^4 + x + 1 - x - 1) dx = \int_0^1 x^4 dx =$	2p
	$= \frac{x^5}{5} \Big _0^1 = \frac{1}{5} - 0 = \frac{1}{5}$	3p
b)	$\int_1^e (f(x) - x^4 - 1) \ln x dx = \int_1^e x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx =$	3p
	$= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2 + 1}{4}$	2p
c)	$\mathcal{A} = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^4 + x + 1) dx = \frac{x^5}{5} \Big _0^1 + \frac{x^2}{2} \Big _0^1 + x \Big _0^1 =$	3p
	$= \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{17}{10}$	2p