

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Varianța 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 1$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 4$ cu axa Oy .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{3x-1} = 9$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 3.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(4,1)$ și $C(4,4)$. Arătați că $AB = BC$.
- 5p 6. Determinați aria triunghiului ABC dreptunghic în A știind că $AB = 6$ și $BC = 10$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot A = 5A$.
- 5p c) Determinați numerele reale x și y pentru care $A + \begin{pmatrix} x & y \\ y & -3 \end{pmatrix} = I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + xy$.
- 5p a) Arătați că $(-1) \circ 1 = -1$.
- 5p b) Arătați că $x \circ y = (x+1)(y+1) - 1$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x+1) \circ (x-3) = 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$.
- 5p b) Arătați că $f'(x) = -\frac{1}{(x-2)^2}$, $x \in (2, +\infty)$.
- 5p c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 3$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (2x+1) dx = 2$.
- 5p b) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - 2x - 1$.
- 5p c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este o funcție crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c) – 2 iulie 2014

Matematică *M_tehnologic*

Barem de evaluare și de notare

Varianța 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$	3p
	$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$	2p
2.	$f(0) = 4$	3p
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 0$ și $y = 4$	2p
3.	$3x - 1 = 2$	3p
	$x = 1$	2p
4.	Numerele naturale de o cifră mai mici sau egale cu 3 sunt 0, 1, 2 și 3, deci sunt 4 cazuri favorabile	2p
	Sunt 10 numere naturale de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile	1p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	2p
5.	$AB = 3$	2p
	$BC = 3 \Rightarrow AB = BC$	3p
6.	$AC = 8$	2p
	$\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$	3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 1 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 0$	3p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 5A$	2p
c)	$A + \begin{pmatrix} x & y \\ y & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & y \\ y & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+x & 2+y \\ 2+y & 1 \end{pmatrix}$	3p
	$\begin{pmatrix} 1+x & 2+y \\ 2+y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 0, y = -2$	2p
2.a)	$(-1) \circ 1 = -1 + 1 + (-1) \cdot 1 =$	3p
	$= 0 - 1 = -1$	2p
b)	$x \circ y = x + xy + y + 1 - 1 =$	2p
	$= x(y+1) + (y+1) - 1 = (x+1)(y+1) - 1$ pentru orice numere reale x și y	3p

c)	$(x+2)(x-2)-1=4 \Leftrightarrow x^2-9=0$ $x_1=-3$ și $x_2=3$	3p 2p
----	---	----------

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{x-2} =$ $= \frac{3-1}{3-2} = 2$	2p 3p
b)	$f'(x) = \frac{(x-1)'(x-2) - (x-1)(x-2)'}{(x-2)^2} =$ $= \frac{x-2-x+1}{(x-2)^2} = -\frac{1}{(x-2)^2}, x \in (2, +\infty)$	2p 3p
c)	$y - f(3) = f'(3)(x-3)$ $f(3) = 2, f'(3) = -1$, deci ecuația tangentei este $y = -x + 5$	2p 3p
2.a)	$\int_{-1}^1 (2x+1)dx = \left(x^2 + x\right) \Big _{-1}^1 =$ $= 2 - 0 = 2$	3p 2p
b)	$V = \pi \int_0^1 g^2(x) dx = \pi \int_0^1 x^4 dx =$ $= \pi \frac{x^5}{5} \Big _0^1 = \frac{\pi}{5}$	2p 3p
c)	F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$ $F'(x) = (x+1)^2 \geq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci funcția F este crescătoare pe $\mathbb{R}$	2p 3p