

**Examenul de bacalaureat național 2013**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_tehnologic**

**Varianta 6**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                  |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5p | 1. Arătați că $2(5 - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2} = 10$ .                                                                               |
| 5p | 2. Calculați $f(-3) + f(3)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = x^2 - 9$ .                           |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x} = 25$ .                                                                 |
| 5p | 4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 20%.                                     |
| 5p | 5. În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(1,1)$ și $B(3,1)$ . Calculați distanța de la punctul $A$ la punctul $B$ . |
| 5p | 6. Calculați $\cos 30^\circ + \cos 150^\circ$ .                                                                                  |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                                                                                                         |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ , unde $x$ este număr real. |
| 5p | a) Calculați $\det A$ .                                                                                                                                                                                                 |
| 5p | b) Pentru $x = 0$ arătați că $A - B = I_2$ .                                                                                                                                                                            |
| 5p | c) Determinați numărul real $x$ pentru care $\det(A + B) = 0$ .                                                                                                                                                         |
|    | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de $x \circ y = x + y + 3$ .                                                                                                            |
| 5p | a) Calculați $2 \circ (-2)$ .                                                                                                                                                                                           |
| 5p | b) Arătați că $e = -3$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.                                                                                                                                        |
| 5p | c) Determinați numărul real $x$ pentru care $2013 \circ (-2013) = x \circ x$ .                                                                                                                                          |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                               |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = \frac{x+1}{x}$ .                                   |
| 5p | a) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .                                                                            |
| 5p | b) Arătați că funcția $f$ este descrescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$ .                                                  |
| 5p | c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de abscisă $x_0 = 1$ , situat pe graficul funcției $f$ . |
|    | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 3x^2 + 1$ .                                          |
| 5p | a) Calculați $\int_0^1 f'(x) dx$ .                                                                                            |
| 5p | b) Arătați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $F(x) = x^3 + x + 1$ este o primitivă a funcției $f$ .         |
| 5p | c) Calculați aria suprafeței delimitate de graficul funcției $f$ , axa $Ox$ și dreptele de ecuație $x = 0$ și $x = 1$ .       |

**Examenul de bacalaureat național 2013**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 6**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|    |                                                                                                                        |                |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 1. | $2(5 - \sqrt{2}) = 10 - 2\sqrt{2}$<br>$10 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 10$                                                | 2p<br>3p       |
| 2. | $f(-3) = 0$<br>$f(3) = 0$<br>$f(-3) + f(3) = 0$                                                                        | 2p<br>2p<br>1p |
| 3. | $5^{2x} = 5^2$<br>$x = 1$                                                                                              | 2p<br>3p       |
| 4. | $20\% \cdot 100 = 20$<br>Prețul după scumpire este 120 de lei                                                          | 2p<br>3p       |
| 5. | $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (1-1)^2}$<br>$AB = 2$                                                                            | 3p<br>2p       |
| 6. | $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$<br>$\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$<br>$\cos 30^\circ + \cos 150^\circ = 0$ | 2p<br>2p<br>1p |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|      |                                                                                                                                                                                                                                       |          |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1.a) | $\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0 =$<br>$= 1$                                                                                                                                                           | 3p<br>2p |
| b)   | $x = 0 \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$<br>$A - B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$ | 2p<br>3p |
| c)   | $A + B = \begin{pmatrix} 1+x & -2 \\ 0 & 1+x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + B) = (1+x)^2$<br>$(1+x)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$                                                                                                 | 3p<br>2p |
| 2.a) | $2 \circ (-2) = 2 + (-2) + 3 =$<br>$= 3$                                                                                                                                                                                              | 3p<br>2p |
| b)   | $x \circ (-3) = x + (-3) + 3 = x$ , pentru orice număr real $x$<br>$(-3) \circ x = (-3) + x + 3 = x \Rightarrow x \circ (-3) = (-3) \circ x = x$ , pentru orice număr real $x$                                                        | 2p<br>3p |

|                             |                                                                                                                                                                                |                       |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| c)                          | $2013 \circ (-2013) = 3$<br>$3 = x \circ x \Leftrightarrow 3 = 2x + 3 \Leftrightarrow x = 0$                                                                                   | 2p<br>3p              |
| <b>SUBIECTUL al III-lea</b> |                                                                                                                                                                                | <b>(30 de puncte)</b> |
| 1.a)                        | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) =$<br>$= 1$                                                            | 3p<br>2p              |
| b)                          | $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ , pentru orice $x \in (0, +\infty)$<br>$f'(x) < 0$ , pentru orice $x \in (0, +\infty) \Rightarrow f$ este descrescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$ | 2p<br>3p              |
| c)                          | $y - f(1) = f'(1) \cdot (x - 1)$<br>$f'(1) = -1$ , $f(1) = 2 \Rightarrow$ ecuația tangentei este $y = -x + 3$                                                                  | 2p<br>3p              |
| 2.a)                        | $\int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big _0^1 =$<br>$= f(1) - f(0) = 3$                                                                                                                  | 3p<br>2p              |
| b)                          | $F'(x) = (x^3 + x + 1)' = 3x^2 + 1$<br>$F'(x) = f(x)$ , pentru orice $x \in \mathbb{R} \Rightarrow F$ este o primitivă a funcției $f$                                          | 3p<br>2p              |
| c)                          | $\mathcal{A} = \int_0^1  f(x)  dx = \int_0^1 (3x^2 + 1) dx =$<br>$= (x^3 + x) \Big _0^1 = 2$                                                                                   | 2p<br>3p              |