

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Pentru $a = 3$ arătați că $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{5}{6}$.
- 5p 2. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 5} = 3$.
- 5p 4. Prețul unei imprimante este 120 de lei. Determinați prețul imprimantei după o scumpire cu 10%.
- 5p 5. În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 2)$, $B(2, 5)$ și $C(6, 5)$. Determinați perimetrul triunghiului ABC .
- 5p 6. Calculați $\cos A$ știind că $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ și unghiul A este ascuțit.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde b este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = -2$.
- 5p b) Determinați numărul real b pentru care $A + B = AB + C$.
- 5p c) Arătați că $\det(B + 2C) = \det B - \det A$ pentru orice număr real b .
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X^2 + X + 2$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f prin $X - 1$.
- 5p c) Arătați că $(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = -2$ știind că x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.
- 5p b) Arătați că $f'(x) = 2x - \frac{1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p c) Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$.
- 5p b) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.
- 5p c) Arătați că orice primitivă a funcției f este funcție crescătoare pe intervalul $(-1, +\infty)$.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} =$ $= \frac{9-4}{6} = \frac{5}{6}$	2p 3p
2.	$2x - 3 = x + 1$ $x = 4$	3p 2p
3.	$x^2 + 5 = 9$ $x_1 = -2$ și $x_2 = 2$, care verifică ecuația	2p 3p
4.	$\frac{10}{100} \cdot 120 = 12$ După scumpire prețul imprimantei este $120 + 12 = 132$ de lei	3p 2p
5.	$AB = 3$, $BC = 4$ și $AC = 5$ $P_{\triangle ABC} = 3 + 4 + 5 = 12$	3p 2p
6.	$\cos A = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} =$ $= \frac{1}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$ $= 1 \cdot 0 - 1 \cdot 2 = -2$	2p 3p
b)	$A + B = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $AB = \begin{pmatrix} b & b+2 \\ b & b \end{pmatrix}$, $AB + C = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ b & b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ b & b \end{pmatrix} \Leftrightarrow b = 1$	3p 2p
c)	$\det(B + 2C) = \begin{vmatrix} b+2 & b \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = b + 2$ $\det B = b \Rightarrow \det B - \det A = b + 2 \Rightarrow \det(B + 2C) = \det B - \det A$ pentru orice număr real b	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 1 + 2 =$ $= 1 - 4 + 3 = 0$	3p 2p
b)	Câtul este $X^2 - 3X - 2$ Restul este 0	3p 2p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 4$, $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 1$, $x_1x_2x_3 = -2$ $(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = \frac{(x_1 + x_2 + x_3)(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)}{x_1x_2x_3} = -2$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - \ln x) =$ $= 1^2 - \ln 1 = 1$	2p 3p
b)	$f'(x) = (x^2 - \ln x)' =$ $= (x^2)' - (\ln x)' = 2x - \frac{1}{x}, \quad x \in (0, +\infty)$	2p 3p
c)	$f''(x) = (2x)' - \left(\frac{1}{x}\right)' =$ $= 2 + \frac{1}{x^2} > 0$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$, deci funcția f este convexă pe intervalul $(0, +\infty)$	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$	3p 2p
b)	$\mathcal{A} = \int_0^1 \left \frac{x^2}{x+1} \right dx = \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx = \int_0^1 \left(x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx =$ $= \left(\frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) \Big _0^1 = \ln 2 - \frac{1}{2}$	3p 2p
c)	F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$ $F'(x) = \frac{x^2}{x+1} \geq 0$ pentru orice $x \in (-1, +\infty)$, deci funcția F este crescătoare pe $(-1, +\infty)$	2p 3p