

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{10}{3} = 1$.
- 5p 2. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(1, 0)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - a$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} = 5$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, acesta să fie multiplu de 30.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 5)$ și $B(7, 5)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB .
- 5p 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{5}{13}$, arătați că $\operatorname{tg} x = \frac{12}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p b) Arătați că $B \cdot B + A = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați numerele reale x și y , pentru care $A + B = \begin{pmatrix} 2^x & 0 \\ 0 & 4^y \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + 1$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = -2$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X + 1$.
- 5p c) Demonstrați că $(x_2 + x_3)(x_3 + x_1)(x_1 + x_2) = -3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^3 + 3x + 2$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(1-x)(1+x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = -9$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \leq 4$, pentru orice $x \in [-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - 2) dx = 0$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 e^x f(x) dx = 2e - 1$.
- 5p c) Determinați numărul real a , știind că $\int_0^a f(x) dx = \int_0^{6-a} (f(x) - 4) dx$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$	3p
	$\frac{3}{10} \cdot \frac{10}{3} = 1$	2p
2.	$f(1) = 0 \Rightarrow 1 - a = 0$	3p
	$a = 1$	2p
3.	$x + 1 = 25$	3p
	$x = 24$, care verifică ecuația	2p
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	1p
	Multiplii de 30 din mulțimea M sunt 30, 60 și 90, deci sunt 3 cazuri favorabile	2p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	2p
5.	$x_M = 5$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB	3p
	$y_M = 5$	2p
6.	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169}$ și, cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{12}{13}$	3p
	$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{12}{13} \cdot \frac{13}{5} = \frac{12}{5}$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 1 \cdot (-1) =$	3p
	$= 0 + 1 = 1$	2p
b)	$B \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	3p
	$B \cdot B + A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	2p
c)	$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p
	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^x & 0 \\ 0 & 4^y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 4^y = 1 \end{cases}$, deci $x = 0$ și $y = 0$	3p
2.a)	$f(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 =$	3p
	$= 1 - 2 - 2 + 1 = -2$	2p

b)	Câtul este $X^2 - 3X + 1$ Restul este 0	3p 2p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 2$ $(x_2 + x_3)(x_3 + x_1)(x_1 + x_2) = (2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = f(2) = -3$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = -3x^2 + 3 =$ $= 3(1 - x^2) = 3(1 - x)(1 + x), x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} =$ $= f'(2) = -9$	3p 2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ sau } x = 1$ $x \in [-1, 1] \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-1, 1]$ $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[1, +\infty)$ Cum $f(1) = 4$, obținem $f(x) \leq 4$, pentru orice $x \in [-1, +\infty)$	2p 1p 1p 1p
2.a)	$\int_{-1}^1 (f(x) - 2) dx = \int_{-1}^1 (x + 2 - 2) dx = \int_{-1}^1 x dx =$ $= \frac{x^2}{2} \Big _{-1}^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$	2p 3p
b)	$\int_0^1 e^x f(x) dx = \int_0^1 e^x (x + 2) dx = e^x (x + 2) \Big _0^1 - e^x \Big _0^1 =$ $= (3e - 2) - (e - 1) = 2e - 1$	3p 2p
c)	$\int_0^a f(x) dx = \int_0^a (x + 2) dx = \frac{a^2}{2} + 2a$ $\int_0^{6-a} (f(x) - 4) dx = \int_0^{6-a} (x - 2) dx = \frac{(6-a)^2}{2} - 2(6-a)$ $\frac{a^2}{2} + 2a = \frac{(6-a)^2}{2} - 2(6-a) \Leftrightarrow a = 1$	2p 2p 1p