

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianța 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 - \frac{3}{4}\right) : \frac{1}{4} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$. Calculați $f(-1) + f(1)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+4} = 4$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, acesta să fie multiplu de 3.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(0,5)$ și $B(5,0)$. Arătați că triunghiul AOB este isoscel.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC , dreptunghic în A cu $AB = 4$ și $AC = 3$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot A - 2A = I_2$.
- 5p c) Determinați numărul real x , pentru care $A \cdot B = I_2$, unde $B = \begin{pmatrix} -1 & x \\ x-1 & -1 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 5X^2 - 4$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 2$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X + 1$.
- 5p c) Demonstrați că $\frac{x_2 + x_3}{x_1} + \frac{x_3 + x_1}{x_2} + \frac{x_1 + x_2}{x_3} = -3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - x^3$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(1 - x^2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{f(x)} = 0$.
- 5p c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) + x^2 - x + 1) dx = 0$.
- 5p b) Arătați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 1}$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	3p
	$\frac{1}{4} : \frac{1}{4} = 1$	2p
2.	$f(-1) = 0$	2p
	$f(1) = 0 \Rightarrow f(-1) + f(1) = 0$	3p
3.	$3x + 4 = 16$	3p
	$x = 4$, care verifică ecuația	2p
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	1p
	Multiplii de 3 din mulțimea A sunt 3, 6 și 9, deci sunt 3 cazuri favorabile	2p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{10}$	2p
5.	$AO = 5$	2p
	$BO = 5 \Rightarrow \triangle AOB$ este isoscel	3p
6.	$\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{4 \cdot 3}{2} =$	3p
	$= 6$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 =$	3p
	$= 1 - 2 = -1$	2p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	3p
	$A \cdot A - 2A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	2p
c)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2x-3 & x-2 \\ x-2 & x-1 \end{pmatrix}$	3p
	$\begin{pmatrix} 2x-3 & x-2 \\ x-2 & x-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 2$	2p
2.a)	$f(1) = 1^3 + 5 \cdot 1^2 - 4 =$	3p
	$= 1 + 5 - 4 = 2$	2p
b)	Câtul este $X^2 + 4X - 4$	3p
	Restul este 0	2p

c)	$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 0, \quad x_1x_2x_3 = 4$	2p
	$x_1 + x_2 + x_3 = -5 \Rightarrow \frac{x_2 + x_3}{x_1} + \frac{x_3 + x_1}{x_2} + \frac{x_1 + x_2}{x_3} = \frac{-5 - x_1}{x_1} + \frac{-5 - x_2}{x_2} + \frac{-5 - x_3}{x_3} = -5\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) - 3 =$	3p
	$= -5 \cdot \frac{x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3}{x_1x_2x_3} - 3 = -5 \cdot 0 - 3 = -3$	

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (3x)' - (x^3)' =$	2p
	$= 3 - 3x^2 = 3(1 - x^2), \quad x \in \mathbb{R}$	3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{3x - x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)'}{(3x - x^3)'} =$	3p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{3 - 3x^2} = 0$	2p
c)	$f(1) = 2, \quad f'(1) = 0$	2p
	Ecuția tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$, adică $y = 2$	3p
2.a)	$\int_{-1}^1 (f(x) + x^2 - x + 1) dx = \int_{-1}^1 (x^3 - x^2 + x - 1 + x^2 - x + 1) dx = \int_{-1}^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big _{-1}^1 =$	3p
	$= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$	2p
b)	$F'(x) = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x \right)' = \frac{4x^3}{4} - \frac{3x^2}{3} + \frac{2x}{2} - 1 =$	3p
	$= x^3 - x^2 + x - 1 = f(x), \quad x \in \mathbb{R}$	2p
c)	$g(x) = x - 1 \Rightarrow V = \pi \int_1^2 g^2(x) dx = \pi \int_1^2 (x - 1)^2 dx = \pi \cdot \frac{(x - 1)^3}{3} \Big _1^2 =$	3p
	$= \frac{\pi}{3}$	2p