

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Arătați că $\left(2 - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2} = 3$.
5p	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 1$. Calculați $f(-1) \cdot f(1)$.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+2} = 9$.
5p	4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$, acesta să fie multiplu de 2.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(2,-1)$. Arătați că $AO = OB$.
5p	6. Arătați că $\sin^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	a) Arătați că $\det A = -8$.
5p	b) Arătați că $A \cdot A - 2A = 8I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	c) Demonstrați că $\det(A \cdot B - B \cdot A) \geq 0$, pentru orice număr real x .
	2. Se consideră polinomul $f = 2X^3 + 3X^2 - X - 2$.
5p	a) Arătați că $f(1) = 2$.
5p	b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X + 1$.
5p	c) Determinați rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 2x^2 + 12$.
5p	a) Arătați că $f'(x) = 4x(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
5p	b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{f(x) - x^4} = -\frac{1}{2}$.
5p	c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 2x - 4$.
5p	a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - 2x + 4) dx = 7$.
5p	b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = 2017$.
5p	c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^a f(x) dx = a^3 - 2$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$	2p
	$\frac{3}{2} : \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{1} = 3$	3p
2.	$f(-1) = 2$	2p
	$f(1) = 2 \Rightarrow f(-1) \cdot f(1) = 4$	3p
3.	$2x + 2 = 2$	3p
	$x = 0$	2p
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	2p
	Multiplii de 2 din mulțimea A sunt 22, 44, 66 și 88, deci sunt 4 cazuri favorabile	2p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{9}$	1p
5.	$AO = \sqrt{5}$	2p
	$BO = \sqrt{5} \Rightarrow AO = BO$	3p
6.	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$	2p
	$\sin^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$	3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 3 \cdot 3 =$	3p
	$= 1 - 9 = -8$	2p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 10 & 6 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}, 2A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$	3p
	$A \cdot A - 2A = \begin{pmatrix} 10 & 6 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = 8 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 8I_2$	2p
c)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 6 & 2+3x \\ 2 & 6+x \end{pmatrix}, B \cdot A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2+3x & 6+x \end{pmatrix}$	2p
	$A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 3x \\ -3x & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A \cdot B - B \cdot A) = \begin{vmatrix} 0 & 3x \\ -3x & 0 \end{vmatrix} = 9x^2 \geq 0$, pentru orice număr real x	3p

2.a)	$f(1) = 2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 1 - 2 =$ $= 2 + 3 - 1 - 2 = 2$	3p 2p
b)	Câtul este $2X^2 + X - 2$ Restul este 0	3p 2p
c)	$f = (X + 1)(2X^2 + X - 2)$ $x_1 = -1, x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$ și $x_3 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$ sunt rădăcinile polinomului f	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 4x^3 - 4x =$ $= 4x(x^2 - 1) = 4x(x - 1)(x + 1), x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{f(x) - x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{-2x^2 + 12} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{-2 + \frac{12}{x^2}} = -\frac{1}{2}$	2p 3p
c)	$f(1) = 11, f'(1) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$, adică $y = 11$	2p 3p
2.a)	$\int_1^2 (f(x) - 2x + 4) dx = \int_1^2 (3x^2 + 2x - 4 - 2x + 4) dx = \int_1^2 3x^2 dx =$ $= x^3 \Big _1^2 = 8 - 1 = 7$	2p 3p
b)	$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = x^3 + x^2 - 4x + c$, unde $c \in \mathbb{R}$ $F(1) = 2017 \Rightarrow c = 2019$, deci $F(x) = x^3 + x^2 - 4x + 2019$	3p 2p
c)	$\int_1^a f(x) dx = (x^3 + x^2 - 4x) \Big _1^a = a^3 + a^2 - 4a + 2$ $a^3 + a^2 - 4a + 2 = a^3 - 2 \Leftrightarrow (a - 2)^2 = 0$, deci $a = 2$	3p 2p